



Einstein und Smoluchowski: Zur Geschichte der Brownschen Bewegung und der Opaleszenz

Author(s): Armin Teske, A. Einstein and M. S.

Source: *Sudhoffs Archiv*, Bd. 53, H. 3 (1969), pp. 292-305

Published by: Franz Steiner Verlag

Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/20775771>

Accessed: 10-11-2022 19:15 UTC

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at <https://about.jstor.org/terms>



JSTOR

Franz Steiner Verlag is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Sudhoffs Archiv*

Einstein und Smoluchowski

Zur Geschichte der Brownschen Bewegung und der Opaleszenz

VON ARMIN TESKE †, LUBLIN*

Marian von Smoluchowski wurde 1872 geboren, hat seine Kindheit und Jugend in Wien verlebt, dort die Schule besucht, das bekannte Theresianum, und auch dort sein Studium absolviert. Die Gefährten seiner Jugend-Wanderungen und Touren waren Mitglieder des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins; mit ihnen und mit seinem Bruder *Tadeusz* ist *Smoluchowski* eine Reihe von Erstbesteigungen in den Alpen, besonders in den Dolomiten, gelungen, z. B. auch die erste Traversierung der Fünffingerspitze; er hat damit auch einen Platz in der Geschichte des Alpinismus. Seine Arbeiten sind, außer in polnischen, meist in deutschen Zeitschriften erschienen, und als er in späteren Jahren nach einer erfolgreichen Laufbahn, zu den Spitzen der damaligen Physik gehörend, allgemeinere Folgerungen aus seinen Arbeiten ziehen konnte, die statistische Deutung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik betreffend, tat er dies vor der Naturforscherversammlung in Münster und auf den Kongressen der Wolfskehlstiftung¹.

Smoluchowski hat das große Erbe von *Boltzmann* angetreten. Es ist bekannt, daß ein großer Teil der damaligen Naturforscher, und gerade die einflußreichsten unter ihnen, *Boltzmanns* Werk, soweit es die kinetische Theorie der Materie betraf, ablehnte. Mancherlei Gründe spielten hier mit, u. a. auch methodologische. Es schien sinnlos, Größen in die Physik einzuführen, die sich nicht beobachten ließen. Man sah darin den Ausdruck einer unwissenschaftlichen Haltung. *Boltzmann* schrieb in dem Vorwort zum zweiten Teil seiner „Vorlesungen über Gas-

* Der Verfasser ist am 27. Mai 1967 in Lublin verstorben. Der vorliegende Aufsatz ist als Referat für das Wissenschaftshistorische Kolloquium des Forschungsinstitutes des Deutschen Museums in München ausgearbeitet worden. Nach dem Vortrag, der am 11. Juli 1966 erfolgte, wurde das Manuskript von *Armin Hermann* redaktionell überarbeitet. Die liebevolle Beschäftigung mit *Smoluchowski*, der dem polnischen und dem deutschen Kulturkreis angehörte, war für Prof. Dr. *Armin Teske* ein Bedürfnis gewesen. Mehrfach hat er bekundet, daß eine Freundschaft zwischen Polen und Deutschland, geistig gesehen, eine Selbstverständlichkeit sein sollte.

¹ Phys. Zeitschr. 13, 1069 (1912); Vorträge üb. kinetische Theorie der Materie, Leipzig 1914, S. 89; Phys. Zeitschr. 17, 557 (1916)

theorie“ (1898) resigniert, aber nicht ohne Stolz, er veröffentliche seine Ergebnisse, damit sie nicht noch einmal entdeckt zu werden brauchten: „Wie ohnmächtig der einzelne gegenüber Zeitströmungen ist, dessen bin ich mir bewußt.“

Eine wichtige Rolle spielte dabei die folgende Frage: Es war *Boltzmann* gelungen, die in der Natur auftretende Richtung der physikalischen Prozesse molekular-kinetisch zu deuten. Aber damit war der Widerspruch zwischen seiner und der thermodynamischen Betrachtungsweise besonders deutlich geworden; denn nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik muß jeder Prozeß in einem abgeschlossenen System so verlaufen, daß eine Entropievermehrung auftritt. Nach *Boltzmann* ergibt sich die Richtung durch Übergang aus einem weniger wahrscheinlichen Zustand in einen wahrscheinlicheren. Aber auch unwahrscheinliche Zustände dürfen wieder auftreten, ja, sie müssen es sogar – entgegen dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik. Es war aber keine Erscheinung bekannt, welche die thermodynamische Auffassung widerlegt hätte. Auch konnte sich die kinetische Theorie kaum auf ein Phänomen berufen, zu dessen theoretischer Erfassung atomistische Voraussetzungen unumgänglich gewesen wären. Die Chemiker schrieben zwar ihre Formeln in atomistischer Schreibweise, man konnte diese Schreibweise aber auch nur als bequeme Abkürzung für die Gewichts- und Volumenverhältnisse auffassen, nach denen die Elemente zusammentreten.

Daß sich dies geändert hat, verdanken wir zum großen Teil der Tätigkeit *Smoluchowskis*. Theorie der Dichteschwankungen, Wiederkehrzeit, Opaleszenz, Brownsche Bewegung, Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile trotz Dichteschwankungen und Festlegung der Boltzmannschen Deutung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik – dies sind die wesentlichsten Punkte in *Smoluchowskis* Laufbahn. Er ist dabei des öfteren mit *Einstein* zusammengetroffen.

Smoluchowski hat sich nicht sofort mit der kinetischen Theorie der Materie befaßt. (Während seiner Studienzeit war übrigens *Boltzmann* [1890–1894] in München.) *Smoluchowski* machte seine Doktorarbeit 1895 bei *Stefan* über ein akustisches Thema, war darauf je ein halbes Jahr bei *Lippmann* in Paris, wo ihn das Clausiussche Gesetz über Wärmestrahlen beschäftigte, und bei *Kelvin* in Glasgow, mit dem er über Röntgen- und die gerade entdeckten Uranstrahlen arbeitete, und ging dann 1897 zu *Warburg* nach Berlin. *Warburg* schlug ihm vor, den Temperatursprung zu untersuchen, der nach der kinetischen Theorie

zwischen Wand und Gas auftreten sollte, wenn in dem Gas ein Temperaturgefälle herrscht. Damit kam *Smochulowski* zur kinetischen Theorie der Gase. Er habilitierte sich in Wien und ging dann nach Lemberg, wo er von 1900 bis 1913 Professor der theoretischen Physik war. Im Jahre 1913 übernahm er das Institut für Experimentalphysik der Jagiellonischen Universität in Krakau. Er starb 1917 als Rektor dieser Universität.

Aus den frühen Lemberger Jahren stammt eine Arbeit², die sich heute wie ein Programm liest. Sie enthält die Theorie der Dichteschwankungen. Durch einfache Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen erhält *Smoluchowski* den Ausdruck für die mittlere Dichteschwankung in einem idealen Gas. Sie ist umgekehrt proportional zur Quadratwurzel aus der Teilchenzahl in dem betrachteten Volumen, kann also bei normalem Druck nur in ganz kleinen Volumina merklich werden. *Smoluchowski* überlegt nun, wie ihr Nachweis, wenn sie überhaupt vorhanden sind, gelingen könnte. Er kommt dabei auf optische Methoden, und auf diesem Wege sollte er dann später auch die Lösung finden. Bemerkenswert ist noch, daß *Smoluchowski* auch den rechnerisch etwas anders verlaufenden Fall betrachtete, in welchem die Teilchenzahl sehr klein ist, z. B. eins oder zwei beträgt. Dies sollte im folgenden sehr wichtig werden, da sich *Smoluchowskis* Ergebnis auf die Zahl der Teilchen anwenden läßt, die man im Blickfeld des Mikroskops sieht, wenn man eine Suspension betrachtet. Die Änderung der Teilchenzahl läßt sich dann ohne weiteres feststellen und auf diese Weise sollte *Smoluchowskis* Theorie (durch *Svedbergs* Messungen 1910) eine glänzende Bestätigung erhalten. Daß sich die Zahl der Teilchen im Blickfeld ändert, daß sie heraustreten und andere (oder dieselben) wieder hineinwandern, ist eine Folge der Brownschen Bewegung. Damit sind wir zu der Erscheinung gekommen, bei der wir etwas länger verweilen wollen, da sich hier *Einsteins* und *Smoluchowskis* Wege gekreuzt haben.

Nach einer Bemerkung des *Aristoteles* war es der Anblick der in einem Sonnenstrahl tanzenden Stäubchen, der *Leukippos* die Idee des Atoms eingab. Eine ähnliche Erscheinung sollte dann für die neuere Geschichte der Atomistik wichtig werden: die verschlungene Bewegung, welche kleine, aber im Mikroskop gut sichtbare Teilchen zeigen, wenn sie in einer Flüssigkeit oder in einem Gas schweben. Die Bewegung ist 1828 durch den schottischen Botaniker *Robert Brown* bekannt gewor-

² Boltzmann-Festschrift, S. 626 (1904)

den und trägt seinen Namen. Sie fiel besonders dadurch auf, daß sie kein Ende nimmt, obwohl sie in einem Medium stattfindet, in dem die Reibung nicht zu vernachlässigen ist. Beinahe ein Jahrhundert blieb sie ein Rätsel, bis *Einsteins* Arbeiten aus dem Jahre 1905 und 1906³ und *Smoluchowskis* Arbeit aus dem Jahre 1906⁴ die Lösung brachten. Daß es so lange gedauert hat, bis die wahren Ursachen der Bewegung gefunden waren, mag überraschen, da man sie ja auf ein einfaches Bild zurückführen kann. Man muß sich nur die Flüssigkeit nicht als Kontinuum vorstellen, sondern so, wie es die Atomistik will, als Schwarm sich bewogender Moleküle. Dann wird ein darin befindliches Teilchen bald von diesem, bald von jenem Molekül getroffen und wird „Hierhin und dorthin getrieben, nach allen möglichen Seiten“, wie es bei *Lukretius* heißt, dem man die Definierung der Brownschen Bewegung zuschreibt. Dies einfache Bild gibt aber die sichtbare Bewegung nicht ohne weiteres wieder; dazu bedarf es noch eines Kommentars, und erst nach den Erläuterungen von *Smoluchowski* dürfen wir sicher sein, daß es grundsätzlich zutrifft.

Daß ein Problem von verschiedenen Forschern gleichzeitig gelöst wird, dafür gibt es in der Geschichte der Wissenschaft manches Beispiel. In unserem Fall ist der Vergleich der Wege vielleicht besonders interessant wegen der Verschiedenheit der benutzten Methoden.

Einstein fand die Lösung, ohne eigentlich an die Brownsche Bewegung zu denken, so daß *Perrin*⁵ dazu gesagt hat, *Einstein* habe die Theorie einer Erscheinung gegeben, von deren Vorhandensein er nichts wußte. Die Eigenart der Einsteinschen Methode ist damit gut getroffen, unbekannt war allerdings *Einstein* die Brownsche Bewegung nicht. Er sagt in der Einleitung zu seiner ersten Arbeit: „Es ist möglich, daß die hier zu behandelnden Bewegungen mit der sog. ‘Brownschen Bewegung’ identisch sind; die mir erreichbaren Angaben sind jedoch so ungenau, daß ich mir darüber kein Urteil bilden konnte.“ Die Arbeit heißt demnach auch: *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*. Nach einem Brief von *Siedentopf* aus Jena veröffentlichte *Einstein* dann seine zweite Arbeit, die bereits den Titel trägt: *Zur Theorie der Brownschen Bewegung*. *Einstein* geht von den allgemeinen Regeln der statistischen Mechanik aus und denkt sich aus den suspendierten

³ Ann. d. Phys. 17, 549 (1905); Ann. d. Phys. 19, 371 (1906)

⁴ Ann. d. Phys. 21, 756 (1906)

⁵ *Jean B. Perrin: Les atomes. 1948, S. 87*

Teilchen eine kanonische Gesamtheit aufgebaut. Er benutzt weiter einen Kunstgriff, indem er eine Kraft einführt, die aus weiter unten ersichtlichen Gründen nicht näher gekennzeichnet zu werden braucht; *Einstein* nimmt nur an, sie habe ein Potential, das von einer Koordinate abhängt. Der Anschaulichkeit halber wollen wir uns unter dieser Kraft die Schwerkraft vorstellen. Unter ihrer Wirkung werden die Teilchen herabfallen. Dies möge wie in einem viskosen Medium geschehen (weshalb im Endresultat der Widerstand des Mediums auftritt). Außerdem wirke auf die Teilchen die Wärmebewegung ein. Diese wird die Teilchen u. a. auch wieder in die Höhe treiben. Ist der stationäre Zustand erreicht, so müssen durch eine horizontale Ebene gleich viel Teilchen nach oben und nach unten hindurchgehen. *Einstein* drückt diese Bedingung mit Hilfe der Formeln aus, welche die statistische Mechanik für die Wahrscheinlichkeit liefert, daß sich ein Teilchen in einer bestimmten Höhe befindet. Die so erhaltene Gleichung hat nun folgende überraschende Eigenschaften. Erstens hebt sich die eingeführte Kraft und ihr Potential weg, so daß sie beliebig gedacht werden kann. Zweitens tritt wegen der benutzten Wahrscheinlichkeitsausdrücke sofort der quadratische Mittelwert der Lageänderung auf, die ein Teilchen in der Zeit t in Richtung der gewählten Koordinate – bei unserer Annahme in der vertikalen Richtung – erleidet, also nicht etwa die Geschwindigkeit, sondern genau die Größe, die für die Brownsche Bewegung charakteristisch ist und die beobachtet werden kann. *Einstein* erhält damit die berühmte Formel für das mittlere Verschiebungsquadrat $\overline{x^2}$

$$\overline{x^2} = \frac{2 kT}{B} t,$$

in der k die Boltzmannsche Konstante ist, T die Temperatur, t die Zeit und B der Widerstand des Mediums. In einer Flüssigkeit kann man für B die Stokessche Formel einsetzen : $B = 6\pi\eta r$, wo η den Reibungskoeffizienten bedeutet und r den Radius des Teilchens.

Das Problem ist damit gelöst. Über das Zustandekommen der Bewegung und ihren näheren Verlauf erfahren wir allerdings nichts. Wer dies erwartet, der sieht sich zu seiner Überraschung im Besitz des Endresultats, ohne daß der von ihm gewünschte Aufschluß überhaupt nötig gewesen wäre. Aber gerade darin liegt auch wieder der große Vorzug des Einsteinschen Verfahrens. Weil *Einstein* nicht ins einzelne zu gehen braucht, bedarf es auch keiner weiteren Annahme (z. B. über die Art der Stöße) bis auf die allgemeinen der statistischen Mechanik; seine

Methode ist frei von unsicheren Näherungen und gilt sowohl für Flüssigkeiten als für Gase.

Smoluchowski, zu dem wir nun übergehen, hatte sich mit der Brownschen Bewegung seit 1900 beschäftigt. In diesem Jahr war eine Arbeit von *Felix Exner* erschienen⁶, der mit einem Zeichenapparat der Bewegung suspendierter Teilchen 30 bis 60 Sekunden gefolgt war und sie auf beruhten Glasplatten fixiert hatte. Auf eine Anfrage von *Smoluchowski* schrieb er ihm⁷:

Charlottenburg, 12. November 1900

Was die Molekularbewegung betrifft, so freut es mich sehr, daß Sie sie theoretisch für verwertbar halten, da ich bisher immer gehört habe, man wüßte nichts damit anzufangen; ich habe mir voriges Jahr vergebens den Kopf zerbrochen, wie die Geschichte anzupacken ist. Was die Zeichnungen betrifft, so existieren sie nicht mehr, sie waren nur auf Glastafeln in Ruß gekratzt und fixiert; ich kann Ihnen nur aus dem Gedächtnis ein ungefähres Krix-Krax aufzeichnen, ob Ihnen damit irgendwie gedient ist, weiß ich nicht.

Das beigefügte Krix-Krax gibt ein gutes Bild der Brownschen Bewegung. *Exner* fährt dann fort:

Ungefähr so haben die Sachen ausgesehen . . . Das Mikroskop hatte ungefähr eine Vergrößerung von 700, d. h. die Wege waren 700 mal kleiner als die beigefügte Zeichnung, die ungefähr den gezeichneten Dimensionen entsprechen dürfte. Die ganz kleinen Verrückungen waren bei kleinen Teilchen seltener als bei größeren; bei den ganz großen bestand die Bewegung überhaupt nur in einem Zittern . . . Die Molekularbewegung ist übrigens mit einem schwach vergrößernden Mikroskop sehr bequem zu sehen.

Smoluchowski hatte die Absicht, seine theoretischen Ergebnisse experimentell zu prüfen, war aber dazu nicht gekommen. Nach dem Erscheinen von *Einsteins* Arbeiten veröffentlichte er seine Theorie.

In seiner Arbeit gibt *Smoluchowski* zunächst eine historische Übersicht. Er geht dann auf die Einwände ein, die gegen eine kinetische Deutung der Erscheinung erhoben worden sind. Nach *Exners* Angaben (die wir stark abrunden) bewegt sich ein Teilchen von $\frac{1}{1000}$ mm Durchmesser im Wasser mit einer Geschwindigkeit – wie auch wir vorläufig sagen wollen – von 1 Mikron in der Sekunde. Rechnet man aber die Geschwindigkeit aus, die ein solches Teilchen (von der Dichte 1) durch den Stoß eines Wassermoleküls erhält, so ergibt sich ein fast tausendmal kleinerer Wert. Man muß also annehmen, daß sich die bei

⁶ Ann. d. Phys. 2, 843 (1900)

⁷ Die Originale der angeführten Briefe wurden von der Gemahlin *Smoluchowskis*, Frau *Sophie Smoluchowska*, der Jagiellonischen Universität in Krakau übergeben und befinden sich dort.

den einzelnen Stößen erhaltenen Impulse verstärken. Aber eben dies war bestritten worden, z. B. von *Nägeli*⁸. Es schien, daß sie sich aufheben müßten. Denn wenn das Teilchen etwa einen Stoß von links erhalten hat, so muß es, wegen der überaus großen Zahl der Stöße (10^{20} in der Sekunde) auch sofort wieder von rechts getroffen werden. Es könnte also gar nicht von der Stelle kommen. *Smoluchowski* antwortet darauf, *Nägeli* ver falle in denselben Fehler, den ein Spieler begehen würde, wenn er glaube, er könne bei gleichen Chancen nicht mehr als einen Einsatz verlieren, da er dann ja wieder gewinnen müsse. Es ist bekannt, daß das Spiel nicht so verläuft. Wenn Bilanz gemacht wird, so ist sie im Mittel um so weiter vom Ausgangspunkt entfernt, je länger das Spiel gedauert hat; die mittlere Abweichung ist proportional zur Wurzel aus der Zahl der Spiele.

Nägeli ist damit widerlegt. Soll aber das obige Resultat auf unser Problem übertragen werden, so bedarf es noch – wir folgen hier weiter *Smoluchowski* – einer Korrektur, weil bei wachsender Geschwindigkeit die Zahl und Wirkungen der hemmenden Stöße zunimmt, die der fördernden fällt. Man sieht daraus, daß die Geschwindigkeit des Teilchens um einen Mittelwert schwanken muß; gemäß der kinetischen Theorie erhält man ihn aus dem Äquipartitionsgesetz der Energie.

Wir stehen damit aber vor einer neuen Schwierigkeit. Denn der so erhaltene Wert ist etwa tausendmal größer als der beobachtete. Diese Schwierigkeit hatte auch *Exner* nicht überwunden. Aber – und dies ist die Erklärung *Smoluchowskis* – wir sehen ja gar nicht die wahre Bewegung des Teilchens. Was wir zu Gesicht bekommen, ist die Resultante vieler hin- und rückläufiger Schritte, die viel zu klein sind, als daß sie einzeln wahrgenommen werden könnten.

Nachdem wir damit einen tiefen Einblick in die kinetische Deutung gewonnen haben, erfolgt die quantitative Behandlung, wobei wir weiterhin ein übersichtliches Bild vor Augen haben dürfen. *Smoluchowski* betrachtet ein Teilchen und nimmt auf Grund des oben Gesagten an, daß die Stöße nur die Richtung der Geschwindigkeit des Teilchens ändern, nicht deren Betrag, der konstant bleibt. Aus den Stoßgesetzen erhält er einen Ausdruck für den Mittelwert des Winkels, um den das Teilchen durch einen einzelnen Stoß abgelenkt wird, und denkt sich den Weg des Teilchens aus Bahnelementen zusammengesetzt, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zurückgelegt

⁸ Münch. Sitzungsber. 1879, S. 389

werden. Er berechnet dann das mittlere Quadrat der Entfernung zwischen dem Ausgangspunkt und dem nach einer bestimmten Zeit erreichten Ort.

Die so erhaltene Formel unterscheidet sich von der *Einsteins* nur um einen Zahlenkoeffizienten (64/27). Vorausgesetzt ist hierbei, daß die Ausmaße des Teilchens klein sind gegen die mittlere freie Weglänge der Moleküle. Für den Fall, daß dies nicht zutrifft – z. B. für Flüssigkeiten – benutzt *Smoluchowski* ein etwas anderes Verfahren. Er erhält dabei zunächst genau die Einsteinsche Formel, was, wie mir scheint, bisher nicht beachtet worden ist. Der Vergleich mit der vorherigen Betrachtungsweise veranlaßt ihn aber noch zu einer Änderung, so daß hier sein Zahlenfaktor im Verhältnis 64/27 größer ist als der *Einsteins*. Richtig ist, jedenfalls für den zuletzt genannten Fall, der Einsteinsche Koeffizient. Darin werden die Vorzüge der Einsteinschen Methode noch einmal sichtbar, aber vielleicht ist es uns auch gelungen, diejenigen von *Smoluchowskis* Verfahren deutlich zu machen: das durch Anschaulichkeit überzeugende Bild, die ins einzelne gehende Analyse, was besonders damals, 1906, ins Gewicht fallen mußte. In der Tat werden ja auch bei der Brownschen Bewegung meist beide Forscher genannt.

Wir beschließen den Vergleich der beiden Methoden mit einem Brief *Smoluchowskis* an *Jean Perrin* und mit einem Urteil von *Franz Zeidler*. Der Brief *Smoluchowskis* enthält die Antwort auf eine Anfrage *Perrins*. Wir zitieren ihn (in deutscher Übersetzung) nach der in *Smoluchowskis* Nachlaß erhaltenen Abschrift; das Datum ist darin nicht angegeben, der Brief stammt aber aus dem Jahre 1909⁹:

. . . Was die Ableitung der Formel [es folgt die Formel für die Brownsche Bewegung] betrifft, so erlaube ich mir festzustellen, daß die Priorität natürlich *Einstein* gebührt (1905). Ich muß es mir selbst zuschreiben, daß ich mit der Veröffentlichung meiner Untersuchungen über diesen Gegenstand, der mich seit 1900 (Hrn. *Exners* Arbeiten) beschäftigte, bis zum Juli 1906 gezögert habe. Die Formel wurde von mir (mit einem anderen numerischen Faktor . . .) auf direktem, von Hrn. *Einsteins* Verfahren verschiedenem Wege abgeleitet. Auch habe ich gezeigt, daß eine ähnliche, aber einem anderen Gesetz gehorchende Erscheinung bei sehr kleinen Partikeln in Gasen auftreten muß. Dies ist von Hrn. *Ehrenhaft* bestätigt worden, doch wäre eine genauere Untersuchung erwünscht.

⁹ Dies geht aus einem Brief von *J. Dabrowski*, der damals bei *Perrin* arbeitete, hervor. *Perrin* sammelte wahrscheinlich schon Stoff zu seinem 1912 erschienenen Buch „Les Atomes“; denn *Dabrowski* schrieb *Smoluchowski* (im Januar 1909), *Perrin* beabsichtige „etwas Größeres zu veröffentlichen“.

Wir lassen dem die Worte von *Franz Zeilinger* aus seiner 1924 über die Brownsche Bewegung erschienenen Arbeit¹⁰ folgen:

Die von *Einstein* 1905 . . . gegebene Theorie der Brownschen Bewegung bildet heute noch und wird wohl für alle Zeiten die klassische Theorie dieser Gruppe von Erscheinungen bilden. Das Minimum von Voraussetzungen über den Mechanismus des Vorganges sichert ihr einen sehr weiten Gültigkeitsbereich, sie ist insbesondere auch für Gase von beliebiger Dichte und für Flüssigkeiten durch das Experiment zahlenmäßig bestätigt worden.

Aber gerade dieser Vorzug der Allgemeinheit in Ansehung des Mechanismus hat eine gewisse Unanschaulichkeit zur Folge. Wir können die Stoßvorgänge nicht im einzelnen verfolgen. Diese Unanschaulichkeit veranlaßte *Smoluchowski* zur Veröffentlichung seiner grundlegenden Arbeit, worin er wenigstens für die Brownsche Bewegung in Gasen von geringer Dichte (freie Weglänge groß gegen Teilchenradius) ein sehr anschauliches Bild des Vorganges entwirft.

Einstein und *Smoluchowski* kannten sich auch persönlich. Die weiter unten angeführten Briefe und die schönen Worte, die *Einstein* *Smoluchowski* gewidmet hat¹¹, als er von dessen Tode erfuhr, zeigen, daß ihre Beziehungen über eine gelegentliche Bekanntschaft hinausgingen.

Ihr Briefwechsel betraf zunächst den Austausch von Arbeiten. *Einstein* schrieb 1908 aus Bern:

Bern, 11. VI. 08

Hoch geehrter Herr!

Zugleich mit dieser Karte sende ich Ihnen diejenigen meiner Arbeiten, welche noch interessieren können. Zugleich bitte ich Sie, mir Ihre Arbeiten zuzusenden, da ich mich gerne eingehender mit denselben befassen möchte.

Mit bestem Gruß

Ihr ergebener

A. Einstein

Amt für geistiges Eigentum

Bern.

Smoluchowski hatte damals bereits eine Lösung der 1904 gestellten Aufgabe gefunden und den Nachweis der Dichteschwankungen geliefert, u. z. auf optischem Wege, durch die Theorie der Opaleszenz¹². Geht nämlich ein Lichtstrahl durch ein Gas, in dem solche Schwankungen stattfinden, so wird er auf Bereiche größerer und auch wieder kleinerer

¹⁰ Ann. d. Phys. 75, 403 (1924)

¹¹ Die Naturwissenschaften 5, 737 (1917)

¹² Rozpr. Akad. Um. 17 A, 179 (1907); Ann. d. Phys. 25, 205 (1908)

Dichte treffen, also auf Bereiche mit größerem und kleinerem Brechungsindex, genau so, als ob er durch ein trübes Medium ginge. Dann aber muß das Tyndallsche Phänomen eintreten, eine Opaleszenz, wie die Erscheinung nach den Eigenschaften des Opals genannt wird. Das Licht, besonders der kurzwellige, bläuliche Teil, muß gestreut werden, wie in einem Medium, in das Fremdkörperchen eingestreut sind, obwohl es sich jetzt um reine Gase handelt.

Smoluchowski war es nun gelungen, seine Überlegungen aus dem Jahre 1904 zu verallgemeinern. Aus dem so erhaltenen Ausdruck für die mittlere Dichteschwankung ergab sich, daß diese besonders groß im kritischen Punkt sein muß, so daß dann die Streuung deutlich werden müßte. Dies, die Opaleszenz reiner Gase bei dem kritischen Punkt, war aber in der Tat beobachtet worden, ohne daß man es hätte deuten können. *Smoluchowski* erklärte diese Erscheinung als Folge der Dichteschwankungen und gewann damit zugleich einen Nachweis für deren Vorhandensein.

Die Intensität der Opaleszenz kann man aus der Streuungsformel erhalten, wenn man die durch die Schwankungen bedingte Änderung des Brechungsindex einsetzt. *Smoluchowski* glaubte zunächst, daß sich damit nur eine Abschätzung der Größenordnung ergibt, wegen der bei der Streuungsformel gemachten Voraussetzungen. *Einstein* konnte aber 1910 zeigen¹⁸, daß der so für die Opaleszenz erhaltene Ausdruck exakt richtig ist, indem er ihn auf andere Weise ableitete. Auch zeigte *Einstein* weiter, daß dieser Ausdruck für ideale Gase in die Rayleighsche Formel für das Blau des Himmels übergeht. Auf den Zusammenhang zwischen Dichteschwankung und dem Blau des Himmels hatte *Smoluchowski* schon in der oben besprochenen Arbeit hingewiesen; in der Tat muß ja die Opaleszenz nicht nur in der Nähe des kritischen Punktes auftreten, sondern auch unter normalen Bedingungen, nur eben schwächer, und *Smoluchowski* hatte auch ein Zahlenbeispiel für die entstehende Streuung in der Atmosphäre angegeben.

Dennoch überraschte ihn die genaue Übereinstimmung der Rayleighschen Formel mit der sich aus den Schwankungen ergebenden. Er hielt dies für zufällig. Er glaubte nämlich, es müsse zwei Ursachen für das Blau des Himmels geben: erstens die Streuung an den Molekülen der Luft, die man sich als Inhomogenitäten in das Vakuum eingebettet denken kann, wie das *Rayleigh* getan hatte; zweitens die Streuung

¹⁸ Ann. d. Phys. 33, 1275 (1910)

durch die Dichteschwankungen. Als er diese Überlegungen 1911 veröffentlichte ¹⁴, schrieb ihm *Einstein*:

Prag, 27. XI. 11

Hoch geehrter Herr Kollege!

Ich danke ihnen herzlich für die mir zugesandten interessanten Arbeiten, die mich, wie alles, was Sie schreiben, sehr interessieren. In der neuen Opaleszenzarbeit befindet sich nun aber etwas, mit dem ich nicht einverstanden bin (über das Blau des Himmels), worauf ich sie hinweisen möchte.

Nach meiner Meinung bezieht sich nämlich Reileighs [¹⁵] Betrachtung auch ausschliesslich auf *unregelmässig* verteilte Partikel und ist nur für diesen Fall richtig.

So folgt beispielsweise in Phil. mag. 47, S. 377 aus (2) Gleich. (3) nur dann, wenn die Partikel *unregelmässig* verteilt sind; denn nur dann emittieren n Teilchen n mal soviel Energie als eines, während bei regelmässig verteilten Partikeln und hinreichend vielen Partikeln im Wellenlängenkubus mit viel grösserer Annäherung ein ideal diathermanes Verhalten des Mediums herauskäme. Analoges gilt auch für die Betrachtung, die S. 379 skizziert ist. Denn die in (8) aufgestellte Phasenverschiebung bezieht sich auf ein alleinstehendes Teilchen und würde bei einem System von *regelmässig* angeordneten Teilchen ungültig. Es existiert also nicht neben der von Ihnen erklärten Schwankungs-Opaleszenz noch eine „Molekular-Opaleszenz“, sondern es behandelt Reileigh durchaus einen Spezialfall unseres Problems, und die Übereinstimmung seiner Endformel mit der meinigen ist kein Zufall.

Mit den besten Grüßen verbleibe ich Ihr ganz ergebener

A. Einstein

Der Brief enthält in der Tat die Lösung des Problems. *Smoluchowski* antwortet *Einstein* darauf:

Hochgeehrter Herr Kollege!

Danke herzlich für Ihren interessanten Brief und bitte zu entschuldigen, daß ich infolge einer einwöchigen Abwesenheit denselben erst heute beantworte.

Ihrer Bemerkung betreffs Rayleigh's Formel für die Opaleszenz eines idealen Gases muss ich vollständig Recht geben. Rayleigh's Berechnung ist tatsächlich nur unter Voraussetzung einer unregelmässigen Molekülverteilung (der Art wie sie in einem idealen Gas stattfindet) richtig und es kann da von einer Superposition zweier Effecte wie ich es in dem Anhang meiner kleinen Arbeit über die Opaleszenz dargestellt habe, keine Rede sein.

Ich wundere mich jetzt selber darüber, daß ich jene Behauptung aufgestellt habe, und glaube ich würde es kaum getan haben wenn ich zu jener Zeit als ich die Sache schrieb — das ist während eines Landaufenthaltes — Rayleigh's Arbeit vor

¹⁴ Bull. Int. de l'Acad. Cracovie A, 1911, S. 493

¹⁵ Wir belassen die Einsteinsche Schreibweise des Namens *Rayleigh*, weil man daraus sieht, wie wenig *Einsteins* Aufmerksamkeit auf den Namen gerichtet war, als er die Arbeit las. [Von *Einstein* unterstrichene Wörter sind Kursiv gesetzt. Schriftlgt.]

Augen gehabt hätte. Ich werde die Sache bei nächster Gelegenheit richtig stellen und danke Ihnen einstweilen bestens für Ihre gütige Anregung.

Mit besten Grüßen verbleibe ich

Ihr ganz ergebener

M. S. [16]

Einstein und *Smoluchowski* sind sich dann auch persönlich näher gekommen. Eine gewisse Rolle haben dabei *Paul* und *Tatiana Ehrenfest* gespielt. Man sieht dies auch aus dem folgenden Brief *Einsteins* an *Smoluchowski*:

Prag, 10. III. 12

Lieber Herr Kollege!

Von Herrn Ehrenfest erfahre ich zu meiner grossen Freude, dass Sie mich in den Osterferien zu besuchen gedenken. Ich bitte Sie, diesen schönen Vorsatz auch wirklich auszuführen und hier in Prag bei mir zu wohnen, dass wir die Zeit recht gut ausnützen können. Ich habe schon in Bern erfahren, daß Sie mich dort einmal auf dem Patentamt aufsuchen wollten; es that mir damals riesig leid, dass ein ungünstiger Zufall wollte, dass ich gerade abwesend war.

Bezüglich der Zeit Ihres Besuches möchte ich Sie nur bitten, nicht gerade am Ende der Ferien zu kommen, da ich genötigt bin, die letzte Ferienwoche in Berlin zuzubringen.

Indem ich Sie einstweilen herzlich grüsse
verbleibe ich

Ihr ganz ergebener

A. Einstein

Es kam aber nicht zu dem geplanten Besuch, denn *Einstein* schreibt:

Prag 24. III. 1912

Sehr geehrter Herr Kollege!

Ich bedauere Sie sehr, dass Sie so unter literarischen Pflichten seufzen. Ich kann Ihnen nachfühlen, wenn ich auch — wie ich aus Ihren Angaben sehe — Sie an Gewissenlosigkeit [sic!] in solchen Dingen weit übertreffe. Es ist sehr schade, dass Sie nicht schon in den Ferien kommen können, weil man da so behaglich Zeit hat. Sie sind mir aber auch im Mai von Herzen willkommen. Ich bitte Sie nochmals sehr, dann bei mir Quartier zu nehmen, damit wir die uns gegebene Zeit mit Behagen geniessen können.

Ich habe jetzt eine Theorie der Statik der Gravitation ausgearbeitet, die aus dem Schema der Relativitätstheorie heraustritt, indem sie das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit verletzt. Ich halte es für ziemlich sicher dass dies Prinzip nur gilt insoweit das Gravitationspotential als konstant betrachtet werden kann. Es ist mir aber noch nicht gelungen, die dynamischen Gesetze des Gra-

¹⁶ Zitiert nach der Kladder *Smoluchowskis* (siehe Abb. 1)

vitationsfeldes aufzufinden. Das einfache Schema der . . . [gleichberechtigten?] 4 Dimensionen gilt hier nicht in dieser Weise wie bei Minkowski.

Es grüsst Sie herzlich

Ihr ganz ergebener

A. Einstein

Und noch ein Brief *Einsteins* an *Smoluchowski*:

Prag 20. V. [1912]

Hoch geehrter Herr Kollege!

Ich telegraphierte Ihnen soeben, weil mir siedend heiss eingefallen war, dass [ich] Ihren Brief noch nicht beantwortet habe. Ich darf mir nicht gestatten, Sie mit Ihrer Frau Gemahlin zu mir einzuladen, weil wir dazu nicht hinreichend eingerichtet sind. Aber ich hoffe, daß wir sonst recht viel beisammen sein können.

Mit den besten Grüßen an Sie und Ihre Frau Gemahlin verbleibe ich Ihr

A. Einstein

Privatwohnung: Trebizkeho nl. 1215 Smichov.

Schreiben Sie mir bitte Tag und Stunde Ihrer Ankunft.

Das Telegramm lautet:

Jederzeit herzlich willkommen. Wann Ankunft.

Einstein

Kehren wir zum Schluß noch einmal zur Opaleszenz reiner Gase zurück. Daß sie nicht nur beim kritischen Punkt auftritt, dafür sprach das Blau des Himmels. Der direkte Nachweis aber, durch einen Versuch im Laboratorium, stand noch aus. Er gelang *Smoluchowski*¹⁷ im Jahre 1916, indem er einen Lichtstrahl durch eine innen geschwärzte Röhre schickte und senkrecht dazu durch ein Fensterchen beobachtete. Er konnte ein schwaches Blau wahrnehmen; Polarisation und das Verhalten verschiedener Gase entsprachen den Erwartungen. Damit war das Blau des Himmels im Laboratorium nachgeahmt.

Dies war *Smoluchowskis* letzte experimentielle Arbeit. Er starb am 5. September 1917. Im Dezemberheft der „Naturwissenschaften“ widmete *Einstein Smoluchowskis* Andenken die folgenden Worte¹¹:

„Alle, die *Smoluchowski* persönlich kannten, liebten in ihm nicht nur den geistreichen Forscher sondern auch den edlen feinsinnigen Menschen. Die Weltkatastrophe erweckte in ihm kein anderes Gefühl als namenlosen Schmerz über die Roheit der Menschen und Schädigung unserer Kultur.

Wir aber wollen sein Vorbild und seine Werke hochhalten.“

¹⁷ Bull. Int. de l'Acad. Cracovie A, 1916, S. 218