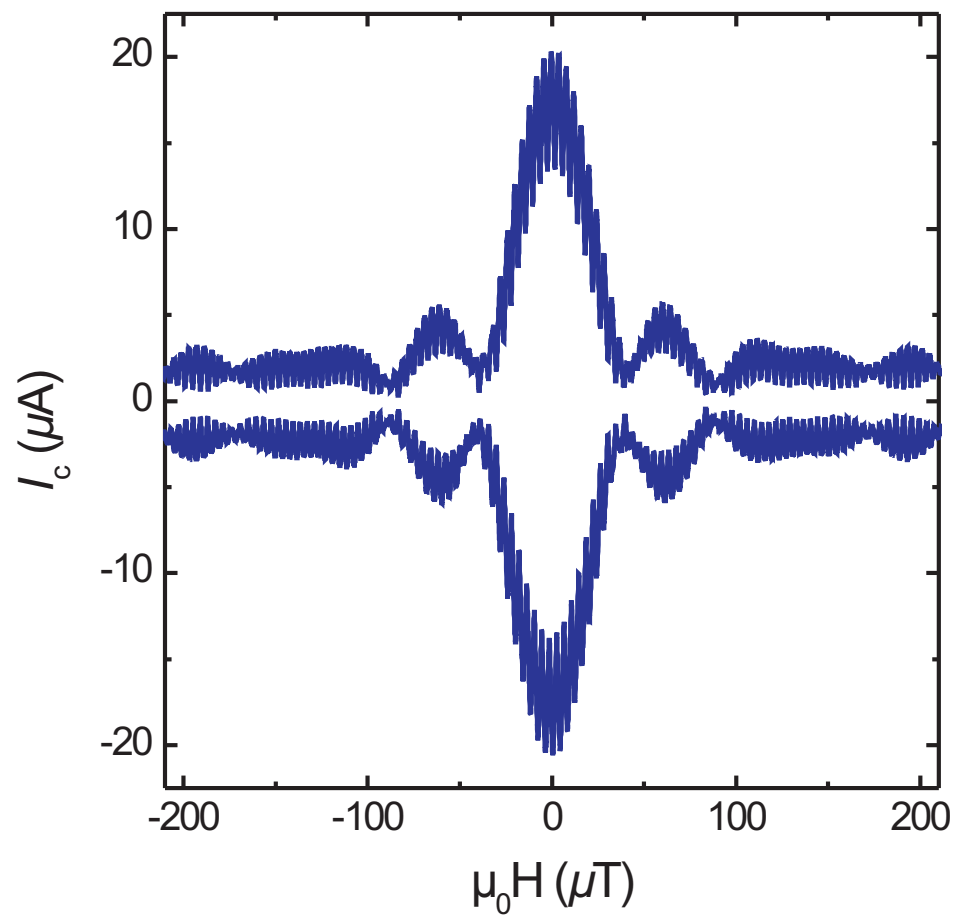


FP-Versuch 21

Quanteninterferenzen



Kurzbeschreibung des Versuchs

Interferenzen zwischen Wellen, zuerst studiert in der klassischen Optik und Akustik, sind nicht nur von grundlegendem wissenschaftlichem Interesse sondern haben inzwischen weit verbreitete Anwendungen (Abstandsmessungen, Holographie). In der Quantenmechanik, die auf der Wellennatur der Schrödinger-Gleichung aufbaut, spielen Interferenzeffekte eine bedeutende Rolle. Ein experimentell einfach zugängliches System ist die Supraleitung, beschrieben durch eine makroskopische Wellenfunktion. Die dort auftretenden Quanteninterferenzeffekte können mit Hilfe des Josephson Effekts beobachtet werden. Neben den theoretischen Grundlagen (Supraleitung, Josephson Effekt, SQUID) werden in diesem Versuch Messungen zum Josephson Effekt durchgeführt und ihre physikalische Interpretation diskutiert. Dazu werden von den Praktikumsteilnehmern mit einem Hoch- T_c Korngrenzen-Kontakt und -SQUID selbständig Messungen durchgeführt. Es soll ebenfalls gezeigt werden, wie man solche Josephson Elemente herstellt und in welchen Bereichen sie zum Einsatz kommen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Supraleitung	8
2.1	Makroskopische Quantensysteme	8
2.2	Die BCS-Theorie	9
2.3	Die Energielücke	9
2.4	Die Fluss-Quantisierung	11
3	Tunnelemente	12
3.1	Tunneln von Elektronen durch eine dielektrische Barriere	12
4	Die Josephson-Effekte und Quanteninterferenzen	14
4.1	Die Josephson-Gleichungen	14
4.2	Magnetfeldeffekte von Josephsonkontakten	16
4.3	Das SQUID	19
5	Kuprat-Supraleiter	21
5.1	Allgemeines	21
5.2	Herstellung von dünnen Schichten	24
5.3	Bikristall-Kontakte	25
5.4	Probenpräparation	26
6	Versuchsvorbereitung und -durchführung	28

1 Einleitung

Interferenzen zwischen Wellen, zuerst studiert in der klassischen Optik und Akustik, sind nicht nur von grundlegendem wissenschaftlichen Interesse, sondern haben inzwischen weit verbreitete Anwendungen. Beispiele sind das Michelson-Interferometer zur Entfernungsbzw. Abstandsmessung, das optische Interferenzmikroskop zur Schichtdickenmessung und das optische Hologramm. Die genannten Beispiele lassen sich alle mit der klassischen Wellenmechanik verstehen. Das Beugungsmuster eines interferierenden Elektronenstrahls hingegen lässt sich nur mit Hilfe der Quantenmechanik und der Wellennatur der Teilchen erklären.

Interferenzeffekte spielen in der Quantenmechanik eine bedeutende Rolle. Ein experimentell einfach zugängliches System ist die Supraleitung. Diese ist ein quantenmechanisches Phänomen eines kollektiven Grundzustandes, in dem jeweils zwei Elektronen über Gitterschwingungen (Phononen) des Kristalls gekoppelt sind. Solche gekoppelten Elektronenpaare nennt man Cooper-Paare. Der Grundzustand ist ein kohärenter Zustand aller supraleitenden Ladungsträger, der sich durch eine makroskopische Wellenfunktion beschreiben lässt. Weitere Beispiele für solch einen kollektiven Grundzustand sind das suprafluide ^3He und ^4He und die Bose-Einstein Kondensation von ultrakalten Atomen.

Was passiert nun, wenn man zwei räumlich getrennte Supraleiter mit zwei unabhängigen Wellenfunktionen zusammenbringt? Zwei Grenzfälle lassen sich hierbei unterscheiden. Die zusammengefügten Wellenfunktionen koppeln stark und verhalten sich wie eine Wellenfunktion (ungehinderter Stromfluss), oder sie sind weiterhin getrennt, haben aber über die sich berührenden Grenzflächen der Supraleiter eine schwache Kopplung wie man es von einem Tunneleffekt her kennt. Solch eine Grenzfläche kann in der Praxis eine dielektrische (isolierende) Barriere sein die dünn genug ist (einige nm) um ein Tunneln von sowohl Elektronen als auch Cooper-Paaren vom einen Supraleiter über die Barriere zu dem anderen Supraleiter zuzulassen.

Ein solches Supraleiter-Isolator-Supraleiter (SIS) Element bezeichnet man als supraleitendes Tunnelelement oder Josephsonkontakt. Sie haben seit ihrer theoretischen Vorhersage durch Brian D. Josephson und der ersten experimentellen Bestätigung durch Ivar Giaever eine herausragende Stellung in der Physik erreicht. Zwei wichtige Beispiele für den praktischen Einsatz von Josephsonkontakten sind die Realisierung von Spannungsnormalen zur Festlegung und Definition der Einheit [V] und supraleitenden Quanteninterferometern (SQUID), die empfindlichsten Magnetfeldsensoren, die man kennt.

Bevor die Josephsoneffekte und ihr Zusammenhang mit Quanteninterferenzen behandelt werden kann, zuerst eine kurze Einführung in die Supraleitung. Eine ausführlichere Darstellung ist in der aufgeführten Literatur zu finden. Die Abschnitte, die für das Verständnis der Josephsoneffekte oder die Arbeitsweise eines SQUIDs wichtig sind, werden ausführlicher behandelt. Insgesamt ist diese Praktikumsanleitung mehr als Grundlage zu verstehen, um sich selbständig aus der Literatur Teilbereiche erarbeiten zu können.

2 Supraleitung

2.1 Makroskopische Quantensysteme

Unter Supraleitung versteht man kurz zusammengefasst einen makroskopischen Quantenzustand von Elektronenpaaren, die über Phononen miteinander gekoppelt sind. Charakteristisch für einen Supraleiter sind folgende Eigenschaften:

- ideale Leitfähigkeit
- idealer Diamagnet

Direkt damit in Bezug stehen

- kritische Temperatur T_c
- kritischer Strom I_c (max. Strom, der im supraleitenden Zustand getragen werden kann)
- kritische Magnetfeldstärke H_c
- supraleitende Energielücke
- Isotopeneffekt
- Quantisierung des magnetischen Flusses

Entdeckt wurde die Supraleitung 1911 von Heike Kammerling Onnes in Leiden (NL) am Metall Quecksilber (Hg). Die Versuche zur elektrischen Leitfähigkeit an Metallen wurden von seinem Assistenten Gilles Holst durchgeführt, der ein Verschwinden des elektrischen Widerstandes für Quecksilber (Hg) knapp oberhalb von 4.2 K gemessen hatte. Onnes erkannte die Bedeutung des experimentellen Ergebnisses und benannte diesen neuen Zustand als "superleitfähig".

1933 erkannten Meissner und Ochsenfeld, dass magnetische Felder bis zu einem maximalen kritischen Wert nicht in einen Supraleiter eindringen können (perfekter Diamagnet: $\text{div}B = 0$). Damit wurde klar, dass die Supraleitung ein thermodynamisch stabiler Zustand ist und viel mehr als "nur" die unendliche Leitfähigkeit eines Metalls.

Die Interpretation der Supraleitung als ein Quantenphänomen auf einer makroskopischen Skala wurde zuerst von Fritz London 1935 in einer phänomenologischen Theorie zur Supraleitung vorgeschlagen.

Erst 1950 stellten Ginzburg und Landau (GL) einen theoretischen Ansatz vor, der sich an der Landauschen Theorie der Phasenübergänge orientierte. Zur Beschreibung der Supraleitung wurde ein ortsabhängiger Ordnungsparameter Ψ eingeführt, der eine komplexe Phase enthält und den Charakter einer Wellenfunktion hat. Dabei ist Ψ proportional zu dem lokalen Wert einer sogenannten Energielückenfunktion Δ deren genaue Bedeutung später noch beschrieben wird. Im Rahmen dieser Theorie kondensieren alle Elektronen in einen gemeinsamen Quantenzustand und in diesem Sinne kann die Supraleitung als ein "makroskopischer Quantenzustand" betrachtet werden. Dieser Zustand lässt sich durch eine makroskopische Wellenfunktion der Form

$$\Psi = \sqrt{\rho} e^{i\varphi} \quad (1)$$

darstellen, mit der gemeinsamen Phase φ und der Dichte ρ :

$$|\Psi|^2 = \rho \quad (2)$$

Die Stromdichte lautet unter Berücksichtigung des Vektorpotentials \mathbf{A} :

$$\mathbf{J} = \frac{e^*}{m^*} \left[\frac{i\hbar}{2} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi) - e^* \mathbf{A} |\Psi|^2 \right] \quad (3)$$

Unter Verwendung der Wellenfunktion Ψ ergibt sich für die Stromdichte folgender Ausdruck:

$$\mathbf{J} = \rho \frac{e}{m} [\hbar \nabla \varphi - 2e\mathbf{A}] \quad (4)$$

2.2 Die BCS-Theorie

Die wichtigste Erkenntnis der Theorie von Bardeen, Cooper und Schrieffer (BCS) ist die Tatsache, dass eine kleine attraktive Wechselwirkung zwischen Elektronen wie z.B. die Elektron-Phonon Wechselwirkung, eine Instabilität im Fermi-See der Elektronen verursacht mit der Folge, dass sich gebundene Elektronenpaare mit gleich und entgegengesetztem Impuls und Spin bilden können. Diese sogenannten Cooper-Paare haben eine räumliche Ausdehnung (Kohärenzlänge), die bei vielen Supraleitern in der Größenordnung von einigen μm liegt, also sehr viel grösser ist als die Reichweite der Coulombschen Abstossung von ca. 10^{-8} m. Die Ausdehnung der Cooper-Paar-Wellenfunktion ist größer als der mittlere Abstand der Cooper-Paare selbst. Dies hat zur Folge, dass diese Überlappung der Wellenfunktion zu einer korrelierten Bewegung aller Paare führt. Diese Welle behält ihre Kohärenz innerhalb eines Supraleiters über eine uneingeschränkte Weglänge hinweg. Aus diesen Gründen ist es wenig hilfreich, sich diskrete Cooper-Paare vorstellen zu wollen.

Cooper-Paare sind "Teilchen" mit Bose-artigen Eigenschaften, die alle einen gemeinsamen Grundzustand einnehmen. Angeregte Zustände der Paarwellenfunktion bezeichnet man als Quasiteilchen, die den Charakter von Elektronen oder Löchern haben.

2.3 Die Energielücke

Die Existenz der Energielücke und deren Temperaturabhängigkeit war eine der Schlüsselvoraussetzungen der BCS-Theorie. Sie besagt, dass es eine minimale Energie $E_g = 2\Delta(T)$ geben sollte um ein Cooper-Paar aufzubrechen. Damit existieren zwei Quasiteilchen-Anregungen im Anregungsspektrum der Paarwellenfunktion. Die Energie E_g kann auch als Cooper-Paar Bindungsenergie interpretiert werden. Ferner wurde vorhergesagt, dass $\Delta(T)$ für $T \ll T_c$ den Wert $E_g(0) = 2\Delta(0) = 3.528 k_B T_c$ annehmen sollte. Diese Vorhersagen wurden experimentell für die meisten konventionellen Supraleiter bestätigt.

Die Energielücke ist demzufolge ein wichtiger Begriff in der Supraleitung. Er besagt, dass eine verbotene Zone der Breite $\Delta(T)$ beiderseits von E_F existiert. Die Zustände, die im normalleitenden Zustand in dieser verbotenen Zone sind, werden aufgrund der

Elektron-Phonon Wechselwirkung auf die Ränder zusammengesoben und bewirken somit eine Überhöhung der Zustandsdichte an den Kanten der Energielücke. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 1b für den Fall $T = 0$ dargestellt. Zum Vergleich ist in Abbildung 1a das Standard-Energiediagramm in der Halbleiterdarstellung für ein Metall wiedergegeben.

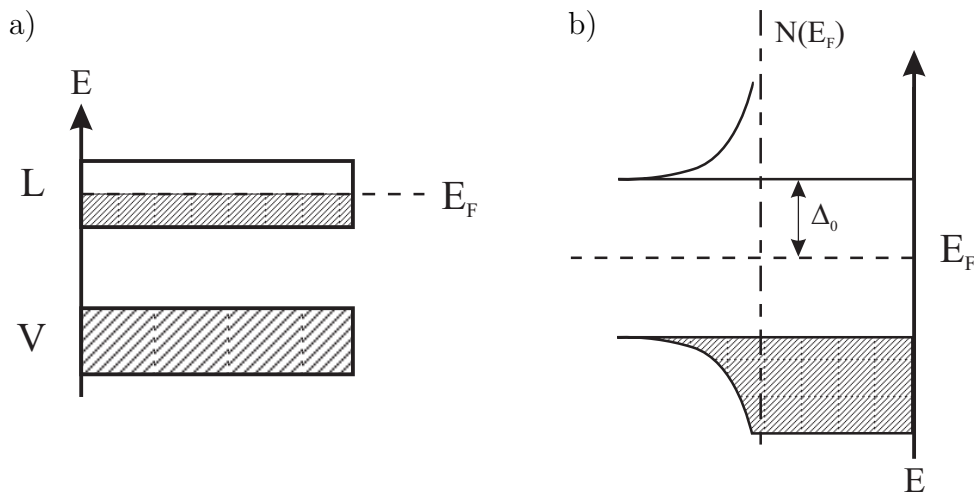


Abbildung 1: a) Die Energieniveaudarstellung eines Metalls. Das Leitungsband L ist teilweise, das Valenzband V vollständig besetzt. Die Besetzung der Einzelelektronenzustände ist durch die Schraffur angedeutet. b) Die Energieniveaudarstellung einer supraleitenden Bandlücke für den Fall $T = 0$. Die Überhöhung der Zustandsdichte an der Bandkante ist das Ergebnis der Elektron-Phonon Wechselwirkung.

Die Größe der Energielücke eines Supraleiters ist mit einigen mV klein im Vergleich zur Bandlücke in Halbleitern oder Isolatoren, so dass Supraleitung nur bei tiefen Temperaturen auftritt, bei denen die thermische Energie ebenfalls gering ist. Desweiteren ist Δ temperaturabhängig. Für den Fall $T > 0$, findet man Elektronen aus den besetzten Zuständen mit thermischen Energien, die grösser sind als 2Δ , d.h. wir haben eine gewisse Besetzung der Zustände oberhalb $E_F + \Delta$.

In der BCS-Theorie wird der Verlauf der Bandlücke gegeben durch

$$N_S(\varepsilon) = N_n(0) \frac{|\varepsilon|}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}} \quad (5)$$

Dabei ist $N_S(\varepsilon)$ die Zustandsdichte im supraleitenden Zustand. Die Energie ε wird von der Fermi-Kante gemessen ($\varepsilon = E - E_F$), Δ ist die halbe Breite der Energielücke. Für $|\varepsilon| < \Delta$ ist $N_S(\varepsilon) = 0$.

Der Wert $2\Delta(0)/k_B T_c \approx 3.5$ gilt für den Fall, dass die Elektron-Phonon Wechselwirkung schwach ausgeprägt ist. Solche Supraleiter werden als "schwach-koppelnde Supraleiter" bezeichnet (weak coupling). Metalle wie Zn, Al und Nb sind hierfür die klassischen Beispiele. Die Erweiterung der schwachen Kopplung ist die der stark koppelnden Supraleiter wie z.B. Pb, Materialien die Kopplungskonstanten von $2\Delta(0)/k_B T_c > 4$ haben.

Die supraleitende Energielücke, wie sie in Abb. 5b für den Fall $T = 0$ dargestellt ist, soll auch verdeutlichen, dass *keine* angeregten Zustände in der Energielücke existieren.

Diese Anregung als Funktion der Temperatur nimmt ungefähr mit $T^{-1/2} \exp(-\Delta/kT)$ ab, d.h. solch eine Energielücke öffnet sich mit dem Erreichen von T_c sehr schnell mit abnehmender Temperatur. Nach der BCS-Theorie ist die Energielücke im \mathbf{k} -Raum isotrop, also in alle \mathbf{k} -Richtungen gleich. In Analogie zu den chemischen Orbitalen spricht man von einem Supraleiter mit einer s-Wellen-Symmetrie, der keine oder nur sehr wenig Anisotropie besitzt. Diese Symmetrie ist die einfachste, die man in der Natur finden kann und scheint für alle klassischen Supraleiter realisiert zu sein. Es gibt allerdings auch Supraleiter mit einer unkonventionellen Ordnungsparametersymmetrie, wie z.B. die $d_{x^2-y^2}$ Symmetrie in den sogenannten Hoch- T_c Supraleitern.

2.4 Die Fluss-Quantisierung

Wie bisher gezeigt wurde, ist der supraleitende Zustand charakterisiert durch gebundene Elektronenpaare, die in ihrer Gesamtheit mit einer gemeinsamen Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{r})$ beschrieben werden können und eine Ladungsträgerdichte $\rho(\mathbf{r})$ haben. Um diese Eigenschaften zu erfüllen, muss die Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{r})$ eindeutig sein. Solch ein Sachverhalt legt aber nahe, dass $\Psi(\mathbf{r})$ in einem geschlossenen Ring ihre Phase φ nur in Einheiten von $2\pi n$ ändern kann, n ist eine ganze Zahl.

Um dies zu zeigen, schreibt man die Stromdichte im supraleitenden Zustand aus Gleichung (4) um:

$$\nabla\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left(\frac{m}{2e^2\rho} \mathbf{J}_S + \mathbf{A} \right) \quad (6)$$

mit $\Phi_0 = 2e/h$, dem Flussquant. Durch integrieren über einen geschlossenen Ring und einige weitere Umformungen ergibt sich

$$\iint_S \mathbf{B} d\sigma + \frac{m}{2e^2\rho} \oint \mathbf{J}_S d\mathbf{l} = n\Phi_0 \quad (7)$$

Die linke Gleichungsseite ist der allgemeine Ausdruck für ein "Fluxoid". Für einen Ring im supraleitenden Zustand ist die einzige Wahl von n , $n = 0$! Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage: es gibt keinen magnetischen Fluss im Supraleiter. Die Ausnahme ist in der Umgebung der Oberfläche eines Supraleiters, in dem ein Magnetfeld Abschirmströme generiert. Somit ist Gleichung (7) die allgemeine Formulierung des Meissner-Ochsenfeld Effekts.

Eine weitere Aussage dieser Gleichung ist also

$$\Phi = \iint_S \mathbf{B} d\sigma = n\Phi_0 \quad (8)$$

wenn die Integration des Linienintegrals so ausgeführt werden kann, dass Supraströme vernachlässigt werden können. Das bedeutet, der eingefangene Fluss in einem supraleitenden Ring ist quantisiert, was eindrucksvoll von Doll und Näbauer (1961) sowie Deaver und Fairbanks (1961) gezeigt werden konnte.

3 Tunnelemente

In den nächsten Abschnitten wird auf die Frage eingegangen, wie sich zwei räumlich getrennte supraleitende Wellenfunktionen verhalten, wenn man versucht diese zusammenzubringen. Wie in der Einleitung erwähnt, entspricht das der Realisierung eines Tunnelkontaktes und aus diesem Grund werden im Folgenden die Eigenschaften von Tunnelementen ausführlicher behandelt.

3.1 Tunneln von Elektronen durch eine dielektrische Barriere

Betrachten wir einen Metall-Isolator-Metall Kontakt, wobei das Metall ein Normalleiter (NIN) oder ein Supraleiter sein kann (SIN oder SIS) und die dielektrische Barriere sehr dünn ist (einige nm). Wie aus der Quantenmechanik bekannt, hängt die Tunnelwahrscheinlichkeit für ein Teilchen exponentiell von der Barrierendicke ab. Ist diese Barriere nun dünn genug ($\approx 1-2$ nm), so werden im supraleitenden Zustand zusätzlich auch die Cooper-Paare tunneln. In den zugehörigen Strom-Spannungskennlinien ($I-V$ -Kennlinien) wird man also beide Tunnelanteile, Cooper-Paar *und* Quasiteilchen, beobachten können. Im sogenannten spannungslosen Zustand fließt ein Cooper-Paar Strom (Suprastrom bzw. auch Josephsonstrom genannt) der einen maximalen, kritischen Schwellenwert erreichen kann. Bei Überschreiten des kritischen Stromes springt der Strom in den normalleitenden Spannungsast des Bauelementes (nicht des Supraleiters !!). Die gemessene Strom-Spannungskennlinie ist somit höchst nichtlinear und schon aus diesem Grund für viele Anwendungen von Interesse.

Die Tunnelprozesse lassen sich anhand der zugehörigen Zustandsdichten der verschiedenen Kontakttypen darstellen wie es in Abbildung 2 gezeigt ist. In Abb.2a ist die ohmsche $I - V$ -Kennlinie eines NIN-Kontaktes zu sehen (Kurve 1). Das ist die Folge eines angelegten Potentials an das Element, das die Zustände des normalleitenden Zustandes so gegeneinander verschiebt, dass es auf einer Seite unbesetzte Zustände gibt, in die die Elektronen tunneln können.

Für den NIS-Kontakt ist die Situation ähnlich. Das angelegte Potential verschiebt die Zustandsdichte des Supraleiters gegen den Normalleiter so weit, bis oberhalb $2\Delta_0$ die Elektronen in die unbesetzten Zustände des Supraleiters tunneln können. Die $I - V$ -Kennlinie eines NIS-Elements für $T = 0$ hat dann für $U > 2\Delta_0$ einen Stromfluss (Kurve 2). Für $T > 0$ gibt es aufgrund thermischer Anregungen auch besetzte Zustände oberhalb $2\Delta_0$, die sich in einer Verrundung der Kennlinie äußern (Kurve 3).

In reinen SIS-Elementen ist ein Cooperpaar-Tunnelstrom für $V = 0$ möglich. Im dem Fall, dass beide Supraleiter gleich sind, ist nur die Summenbandlücke $|\Delta_L + \Delta_R|/e$ zu beobachten. Der andere Fall ist, dass Supraleiter 1 ungleich Supraleiter 2 ist (Abb. 2c) und damit auch die Differenzlücke $|\Delta_L - \Delta_R|/e$ beobachtbar wird.

Die Strom-Spannungscharakteristiken lassen sich folgendermaßen berechnen. Zu beachten ist, dass der Stromfluss von links nach rechts die gleiche Tunnelwahrscheinlichkeit T hat wie von rechts nach links. Damit ergibt sich für die Teilströme:

$$I_{r \rightarrow l}(V) = T \int N_1(\varepsilon) f(\varepsilon) N_2(\varepsilon + eV) (1 - f(\varepsilon + eV)) dE \quad (9)$$

$$I_{l \rightarrow r}(V) = T \int N_2(\varepsilon + eV) f(\varepsilon + eV) N_1(\varepsilon) (1 - f(\varepsilon)) dE \quad (10)$$

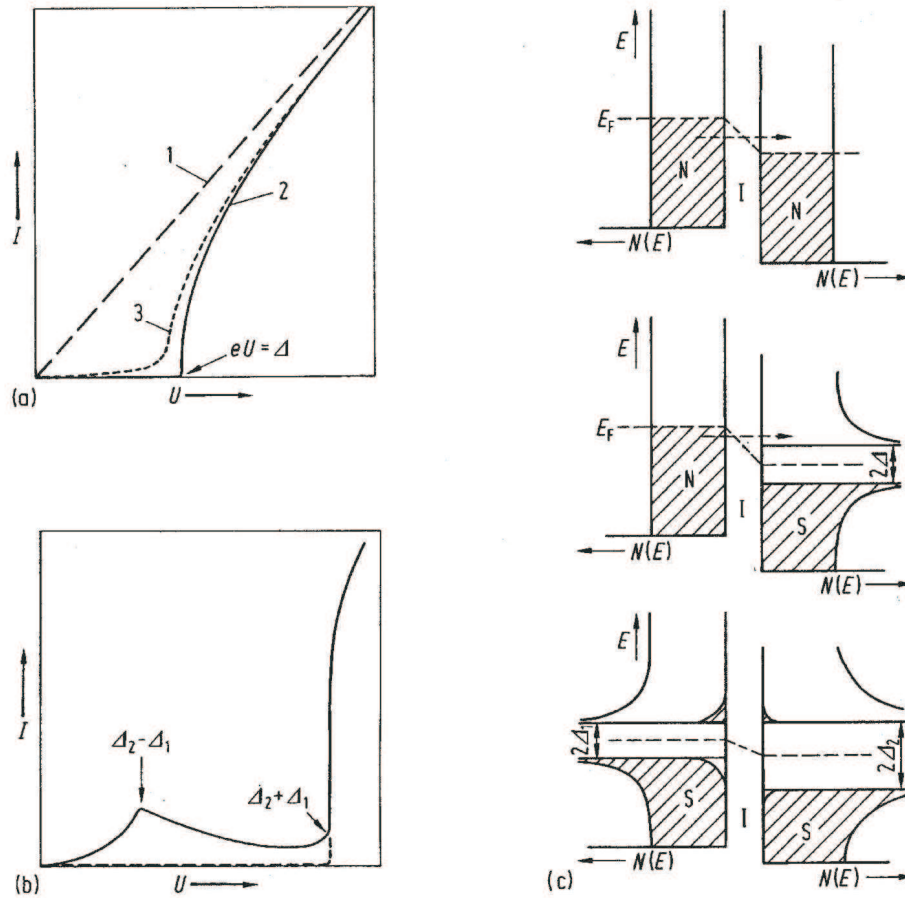


Abbildung 2: Strom-Spannungsdiagramme mit den zugehörigen Zustandsdichtendiagrammen von verschiedenen Tunnелеlementen. In (a) sind NIN- (Kurve 1) und NIS-Kontakte (Kurve 2) für $T = 0$ und $0 < T < T_c$ (Kurve 3) dargestellt; (b) zeigt die Kurven für SIS-Tunnelkontakte bei $T = 0$ (gestrichelt) und für $0 < T < T_c$ (durchgezogen). In (c) sind Zustandsdichtendiagramme für Supraleiter mit unterschiedlichem T_c wiedergegeben.

und für den Gesamtstrom

$$I = I_{r \rightarrow l} - I_{l \rightarrow r} = T \int N_1(\varepsilon) N_2(\varepsilon + eV) (f(\varepsilon) - f(\varepsilon + eV)) d\varepsilon \quad (11)$$

mit der Fermifunktion $f(\varepsilon)$ als die Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustandes, $\varepsilon = E - E_F$ gemessen von der Fermi-Kante und N_i die Zustandsdichte aus Gleichung (5).

Für den Fall eines SIN-Kontaktes ist der Tunnelstrom

$$I \propto \sqrt{e^2 U^2 - \Delta^2(0)} \quad (12)$$

D.h., für eine angelegte Spannung $eU < \Delta$ erhält man keinen Tunnelstrom, für $eU \geq \Delta$ sieht dann die $I - V$ -Kennlinie so aus wie es in Abb. 2a, Kurve 2 dargestellt ist.

Nachfolgend sind noch zwei Beispiele für SIS-Kontakte gezeigt: gleiche Supraleiter als Elektroden (Abb. 3a) und zwei verschiedenen Supraleitern als Elektroden (Abb. 3b).

In Abb. 3 werden zwei wichtige Eigenschaften dieser Kontakte gezeigt. Zum einen ist der Quasiteilchen-Strom temperaturabhängig. Dieser Strom ist klein, solange die Poten-

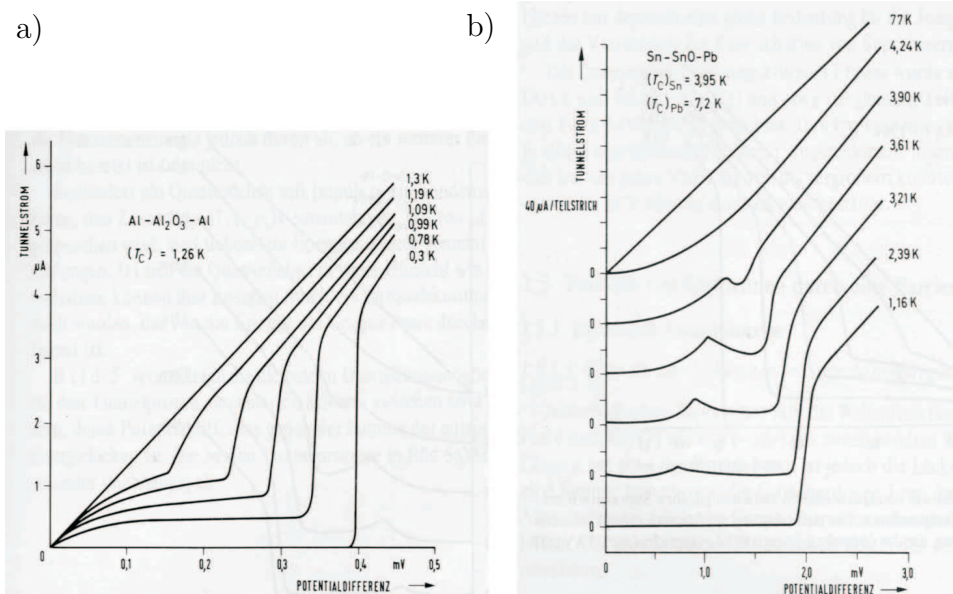


Abbildung 3: $I - V$ -Kennlinien von zwei verschiedenen Kontaktkonfigurationen: a) gleiche Supraleiter auf beiden Seiten der Barriere, b) zwei verschiedene Supraleiter. In b) ist sehr schön die Differenzlücke zu beobachten.

tialdifferenz an der Barriere kleiner ist als die Summe der Energielücken in den beiden Supraleitern. Ist die Potentialdifferenz größer als die Energielücke, steigt der Strom steil an, da die Bildung von Cooper-Paaren unterbunden wird.

Im zweiten Fall ungleicher Supraleiter (Abb. 3b) tritt im sogenannten Quasiteilchen-Ast der Kennlinie eine zusätzliche Struktur auf. Diese Spitze tritt bei einer Potentialdifferenz auf, die der Differenz der jeweiligen Energielücke entspricht. D.h., die Spannung, die an dieser Spitze abfällt, entspricht $|\Delta_L - \Delta_R|/e$, also der Differenz der Energielücken, die Spannung an der Kante der Energielücke der Summe der beiden Energielücken: $|\Delta_L + \Delta_R|/e$.

4 Die Josephson effekte und Quanteninterferenzen

4.1 Die Josephson-Gleichungen

Unter den Josephson effekten verstand man ursprünglich den durch einen Tunneleffekt zustande kommenden Suprastrom zwischen zwei Supraleitern SL_1 und SL_2 , die durch eine isolierende (dielektrische) Barriere I vollständig getrennt sind.

Der Gültigkeitsbereich dieses Effektes ist aber wesentlich größer, da nur die Einschränkung einer räumlichen Trennung der Wellenfunktion notwendig ist. So lässt sich die dielektrische Barriere durch einen Normalleiter oder einen Halbleiter ersetzen oder es kann nur eine Einschnürung im Supraleiter sein.¹

Die Vorhersagen von B.D. Josephson waren zu Anfang so umstritten wie aufsehen-

¹Die Josephson effekte beschränken sich nicht nur auf elektrisch leitende Materialien, im suprafluiden ³He sind die Josephson effekte ebenfalls schon bestätigt worden.

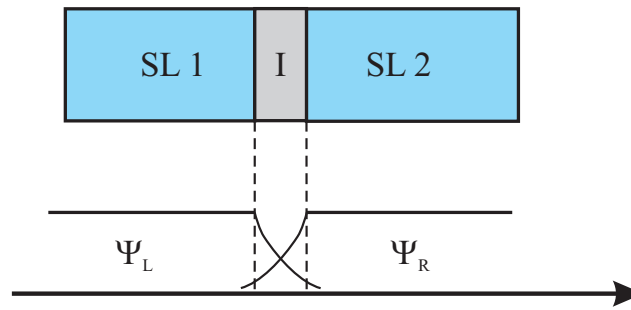


Abbildung 4: Schematische Darstellung eines SIS-Kontaktes mit den zugehörigen Paar-Wellenfunktionen, die in der Barriere exponentiell abklingen.

erregend, wurden aber experimentell sehr schnell überzeugend bestätigt. Die wichtigsten Eigenschaften der Josephson-Effekte sind dabei wie folgt zusammengefasst:

$$J = J_0 \sin(\varphi) \quad (13)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2e}{\hbar} V \quad (14)$$

Die erste Gleichung beschreibt die Cooper-Paar Tunnelstromdichte J , auch kritische Stromdichte genannt, von Supraleiter SL_1 nach SL_2 . Die Gleichung wird auch als *dc Josephson-Effekt* bezeichnet. Dabei ist die maximale kritische Stromdichte J_0 gekoppelt an den Sinus der Phasendifferenz der beiden Wellenfunktionen, die durch die Barriere getrennt sind. Dieser sinusoidale Zusammenhang der Phasendifferenz ist eine fundamentale Eigenschaft des Josephson-Effektes.

Die zweite Gleichung beschreibt eine sich zeitlich ändernde Phasendifferenz mit der Frequenz $\omega = 2\pi\nu = 2eV/\hbar$. Dies wird auch als *ac Josephson-Effekt* bezeichnet wobei das Verhältnis zwischen Frequenz und Spannung wie folgt gegeben ist:

$$\frac{\nu}{V} = 483.6 \frac{\text{MHz}}{\mu\text{V}} \quad (15)$$

Diese ebenfalls sehr fundamentale Beziehung besagt, dass die an den Josephsonkontakt angelegte Spannung direkt proportional einer Frequenz bzw. die eingestrahlte Frequenz direkt proportional der Spannung ist, die über den Kontakt abfällt. Das ist zum einen ein wichtiges Unterscheidungskriterium zur Identifikation des Josephson-Effektes, zum anderen ist diese Gleichung die Grundlage für eine Reihe von Präzisionsmessungen der Fundamentalkonstanten e und h .

Es ist anzumerken, dass die erste Josephson-Gleichung den Tunnelstrom ohne externe Stromquelle beschreibt. Selbst unter der Annahme externer Ströme ändert sich diese Gleichung aber nicht. Somit lassen sich die gemessenen $I-V$ -Kennlinien direkt interpretieren.

Die Existenz eines Josephsonstroms für $V = 0$ legt die Interpretation nahe, dass der Josephson-Effekt qualitativ als eine Erweiterung der supraleitenden Eigenschaften der ganzen Struktur, inklusive der Barriere, betrachtet werden kann. Im Supraleiter selbst ist der Strom proportional zum Gradienten der Phase, in einem Josephsonkontakt ist der Paar-Tunnelstrom abhängig von der Phasendifferenz der zwei gekoppelten Supraleiter. Letzteres ist der Grund weshalb man bei Bauelementen, die einen Josephson-Effekt zeigen, von

sogenannten “weak links“ spricht: die zwei Wellenfunktionen sind schwach miteinander gekoppelt. Dies hat aber nichts mit den schwach koppelnden Supraleitern zu tun!

4.2 Magnetfeldeffekte von Josephsonkontakten

Betrachten wir nun den Fall eines magnetischen Feldes H , dessen Feldrichtung in einem Josephsonkontakt entlang der Barriere zeigt. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Richtung von H_y zeigt aus der Betrachterebene heraus.

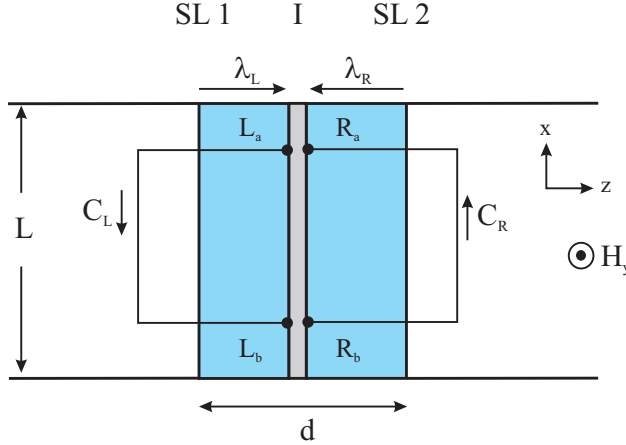


Abbildung 5: Integrationswege C_L und C_R zur Berechnung der magnetischen Feldabhängigkeit der Phasendifferenz. Das angelegte Feld H zeigt entlang der y -Achse und die blau unterlegte Fläche stellt die Region dar, in die das magnetische Feld eindringen kann (λ_i : London'sche Eindringtiefe). Die magnetische Dicke ist $d = \lambda_L + \lambda_R + t$, t die Dicke der Barriere.

Um die H -Feldabhängigkeit des Josephsonstromes abzuleiten, berechnen wir die eichinvariante Phasendifferenz zwischen zwei Punkten, mit den Koordinaten x und $x + dx$ der Barriere, in dem wir Gleichung (6) betrachten:

Diese Gleichung ist gültig in jedem Supraleiter. \mathbf{A} ist das Vektorpotential, das durch die Beziehung $rot\mathbf{A} = \mathbf{H}$ zu dem magnetischen Feld in Beziehung steht. Durch Integrieren entlang der Konturen C_L und C_R (siehe Abb. 5) erhält man

$$\varphi_{Ra}(x) - \varphi_{Rb}(x + dx) = \frac{2e}{\hbar} \int_{C_R} \left(\mathbf{A} + \frac{m}{2e^2\rho} \mathbf{J}_S \right) d\mathbf{l} \quad (16)$$

$$\varphi_{La}(x) - \varphi_{Lb}(x + dx) = \frac{2e}{\hbar} \int_{C_L} \left(\mathbf{A} + \frac{m}{2e^2\rho} \mathbf{J}_S \right) d\mathbf{l} \quad (17)$$

Unter der Annahme, dass die Dicke des supraleitenden Filmes viel größer ist als die London'sche Eindringtiefe, kann man die Integration entlang der Konturen C_L und C_R so weit in den Supraleiter hinein ausdehnen, dass Abschirmströme vernachlässigt werden können. Dies vereinfacht die Rechnung, da Effekte in der Gegend der Barriere nicht berücksichtigt werden müssen. Ebenso ist die Dicke der Barriere t sehr klein gegenüber der

Gesamtdicke der Struktur, so dass diese ebenfalls vernachlässigt werden kann. Insgesamt reduzieren sich die Gleichungen so zu

$$\varphi(x) - \varphi(x + dx) = \frac{2e}{\hbar} \oint \mathbf{A} d\mathbf{l} \quad (18)$$

Das Linienintegral kann ersetzt werden durch das Oberflächenintegral

$$\oint \mathbf{A} d\mathbf{l} = H_y(\lambda_L + \lambda_R + t)dx \quad (19)$$

oder in differenzieller Form geschrieben

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{2e}{\hbar} H_y(\lambda_L + \lambda_R + t) \quad (20)$$

Durch Integrieren der Gleichung (20) und $\lambda_L + \lambda_R + t = d$, der magnetischen Dicke des Kontaktes, ergibt sich

$$\varphi = \frac{2e}{\hbar} x H_y d + \varphi_0 \quad (21)$$

Damit lässt sich die erste Josephson-Gleichung unter dem Einfluss eines externen magnetischen Feldes wie folgt umschreiben

$$J = J_0 \sin\left(\frac{2e}{\hbar} x H_y d + \varphi_0\right) \quad (22)$$

beziehungsweise

$$J = J_0 \sin\left(\varphi_0 + 2\pi \left(\frac{H_y d}{\Phi_0}\right) x\right) \quad (23)$$

oder

$$J = J_0 \sin\left(\varphi_0 + 2\pi \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_0}\right)\right) \quad (24)$$

mit $\Phi_0 = h/2e$, dem magnetischen Flussquant.

Die Gleichung (22) besagt, dass der Tunnelstrom räumlich moduliert ist durch die Einwirkung eines kleinen magnetischen Feldes mit einer Periodendauer von Φ_0 entlang der Barriere und die Phasendifferenz nicht von der Wahl der Richtung vom H -Feld abhängt. Erreicht das äußere angelegte Feld den Wert Φ_0 ist der Tunnelstrom = 0, für $\Phi_0/2$ erreicht er ein Maximum. Die Variation der Josephson-Stromdichte entlang der Barriere ist nochmals in Abb. 6 dargestellt.

Der gesamte Strom im Kontakt ist gegeben durch

$$I = \iint J_1(x, y) \sin\left(\varphi_0 + 2\pi \left(\frac{H_y d}{\Phi_0}\right) x\right) dx dy \quad (25)$$

wobei das Integral über die gesamte Kontaktfläche ausgewertet wird. Für den Fall einer rechteckigen Kontaktgeometrie lässt sich Gleichung (25) ausrechnen mit dem Ergebnis

$$I\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = I \left| \frac{\sin\left(\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}} \right| \quad (26)$$

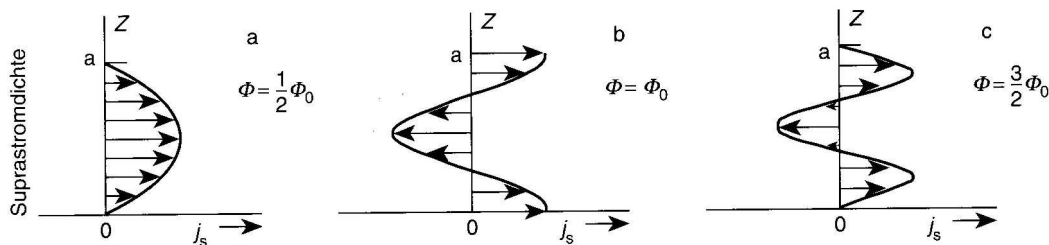


Abbildung 6: Variationen der Josephson-Stromdichte längs eines Kontaktes mit Magnetfeld.

Gleichung (26) entspricht einem Fraunhofermuster wie es in Abb. 7 gezeigt ist. Das Ergebnis ist die Analogie eines optischen Beugungsmusters am Spalt, wobei die Funktion des Spaltes bei diesem Beugungsexperiment durch die Geometrie des Kontaktes übernommen wird. Die Fourier-Transformierte dieses Beugungsmusters ist die Strom(dichte)verteilung über der Tunnelbarriere. Mit Hilfe dieser Beugungsmuster kann der Experimentator sofort erkennen, inwieweit Inhomogenitäten oder auch Kurzschlüsse in der Tunnelbarriere vorhanden sind. Die Messung eines Fraunhofermusters ist eindeutiges Indiz für die Existenz eines Josephsonstroms, eineindeutig sind aber nur Messungen, die mit dem ac-Josephson effekt in Verbindung stehen.

Die Magnetfeldabhängigkeit des Josephson-Tunnelstromes, hier berechnet für eine rechteckige Spaltfunktion, ist eine Interferenzerscheinung, die nicht mit klassischer Physik erklärt werden kann, sondern ein rein quantenmechanisches Phänomen darstellt. Außerdem ist sie ein Beispiel für eine Quanteninterferenz.

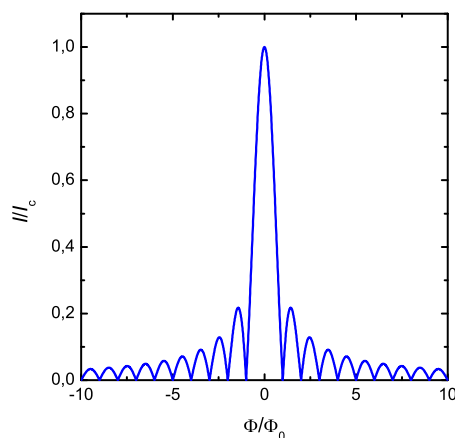


Abbildung 7: Fraunhofermuster eines Josephson-Tunnelstromes (in normierten Einheiten) durch eine rechteckige Kontaktfläche als Funktion des magnetischen Flusses in Einheiten von Φ_0 .

4.3 Das SQUID

Ein weiteres Beispiel, bei dem Quanteninterferenzen zu beobachten sind, ist das *Superconducting Quantum Interference Device* oder kurz SQUID. Dabei handelt es sich entweder um einen Josephsonkontakt in einem Ring, der über eine Hochfrequenz Tankschaltung in Resonanz betrieben wird (rf-SQUID) oder um zwei parallel geschaltete Josephsonkontakte, wie es schematisch in Form eines Schaltungsdiagrammes in Abb. 8 dargestellt ist (dc-SQUID). Die Kreuze symbolisieren jeweils einen Josephsonkontakt.

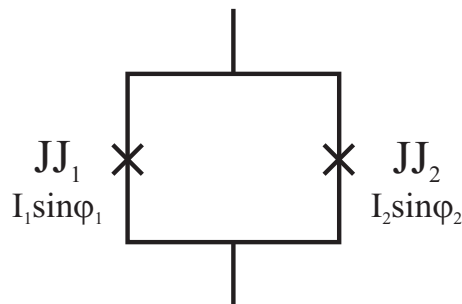


Abbildung 8: Schematische Darstellung eines SQUIDs realisiert durch zwei parallel geschaltete Josephsonkontakte.

Wird nun ein Magnetfeld an einen SQUID angelegt, analog zu einem Einzelkontakt, und misst man das zugehörige Fraunhofermuster, ist das Ergebnis ein Beugungsmuster des kritischen Stromes, das dem optischen Beugungsmuster am Doppelspalt entspricht. Dabei ist die relative Phase eines Kontaktes verknüpft mit der relativen Phase des zweiten Kontaktes durch den magnetischen Fluss im SQUID-Ring. Da im Rahmen des Praktikums der rf-SQUID keine Rolle spielt, wird im nachfolgenden nur der dc-SQUID vorgestellt.

Der theoretisch einfachste Fall, den man betrachten kann, ist eine symmetrische Anordnung der Einzelkontakte, sowohl geometrisch als auch bezüglich der Eigenschaften. Der Gesamtstrom, der im Ring fließen kann ist

$$I = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 = 2I_0(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2) \quad (27)$$

unter der Annahme, dass die kritischen Ströme der beiden Josephsonkontakte identisch sind. Hierbei ist $\varphi_{1,2}$ die Phasendifferenz an den entsprechenden Kontakten. Weiterhin kann man annehmen, dass die beiden SQUID-Arme die gleiche Induktivität $L/2$ besitzen. Beim Anlegen eines kleinen magnetischen Feldes an den SQUID-Ring ergibt sich für die gesamte Phase (wieder aus Gleichung (6))

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi n - 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (28)$$

Φ ist der effektive Fluss in Ring gegeben durch $\Phi = \Phi_e + LI_S$ mit I_S dem zirkulierenden Abschirmstrom und Φ_e , dem angelegten Fluss. Der Abschirmstrom I_S im SQUID-Ring ist gegeben durch

$$I_S = I_1 \sin \varphi_1 - I_2 \sin \varphi_2 \quad (29)$$

Für den Fall, dass die Induktivität sehr klein ist und somit $\Phi \approx \Phi_e$, ergibt sich aus den Gleichungen (27) und (28)

$$I(\Phi_e, \varphi_1) = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \left(\varphi_1 - 2\pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0} \right) \quad (30)$$

Mittels einer sehr länglichen Rechnung lässt sich nun zeigen, dass

$$I_c(\bar{\Phi}_e, \bar{\Phi}_J) = 2I_1 \left| \frac{\sin(\pi \bar{\Phi}_J)}{\pi \bar{\Phi}_J} \right| |\cos(\pi \bar{\Phi}_e)| \quad (31)$$

ist mit $\bar{\Phi}_e = \Phi_e/\Phi_0$ und $\bar{\Phi}_J = \Phi_J/\Phi_0$, Φ_J ist die Kopplung zwischen dem externen Feld und den Kontakten. Für den Fall, dass der Fluss Φ_J vernachlässigt werden kann, erhält man die Formel für den kritischen Strom eines SQUIDS unter dem Einfluss eines externen magnetischen Feldes

$$I_c(\bar{\Phi}_e) = 2I_1 |\cos(\pi \bar{\Phi}_e)| \quad (32)$$

Dieses ist in Abbildung 9a gezeigt. Im Falle, dass die beiden Josephsonkontakte identisch sind, moduliert der kritische Strom mit dem externen Feld zwischen 0 und $2I_c$ mit der Periodizität Φ_0 . Der maximale Strom $I_c = 2I_1$ wird für $\bar{\Phi}_e = n\Phi_0$ erreicht, der minimale Strom (hier $I_c = 0$) für $\bar{\Phi}_e = (n + 1/2)\Phi_0$.

Der allgemeinste Fall wird durch folgende Formel beschrieben und beinhaltet unterschiedliche kritische Ströme $I_{1,2}$, unterschiedliche (endliche) Breiten der Kontakte $s_{1,2}$ und den Gesamtdurchmesser s des SQUID-Ringes:

$$I_c(\bar{\Phi}_e, \bar{\Phi}_J) = (a + b) |\cos(\pi \bar{\Phi}_J)| |\sin(\pi \bar{\Phi}_e)| + (a - b) |\sin(\pi \bar{\Phi}_J)| |\cos(\pi \bar{\Phi}_e)| \quad (33)$$

mit

$$a = I_{c1} \left| \frac{\sin(\pi \bar{\Phi}_J \frac{s_1}{s})}{\pi \bar{\Phi}_J \frac{s_1}{s}} \right| \quad (34)$$

$$b = I_{c2} \left| \frac{\sin(\pi \bar{\Phi}_J \frac{s_2}{s})}{\pi \bar{\Phi}_J \frac{s_2}{s}} \right| \quad (35)$$

Für den Fall, dass $s_1 = s_2 = 1$ sind, $I_{c1} = I_{c2} = 1$ und $s = 10$, erhält man das Beugungsmuster wie es in Abb. 9b dargestellt ist. Die Vorgabe der Werte bedeutet, dass der SQUID-Ring klein ist (wenig empfindlich auf externe magnetische Felder). Damit "sieht" man neben den SQUID-Oszillationen (siehe Abb. 9a) auch das Fraunhofermuster der Einzelkontakte, wie es schon zuvor besprochen wurde.

Eine Konsequenz der $I_c(\Phi)$ -Modulationen ist, dass sich die dc-Spannung über dem SQUID periodisch ändern wird, wenn der Stromarbeitspunkt $I > I_c$ ist. Damit ist schaltungstechnisch gesehen ein SQUID ein Fluss-Spannungswandler dessen maximale Spannungsmodulation ΔV gegeben ist durch

$$\Delta V = \frac{7}{\pi^2} \frac{I_c R_n}{1 + \beta_L} \left(1 - 3.57 \frac{\sqrt{k_B T L}}{\Phi_0} \right) \quad (36)$$

mit $\beta_L = (2I_c L/\Phi_0)$, dem sogenannten Abschirmparameter, T der Temperatur und k_B der Boltzmannkonstante. Der temperaturabhängige Term in Gleichung (36) reflektiert den Einfluss des thermischen Rauschens auf den Fluss-zu-Spannungs Transfer. D.h., bei tiefen Temperaturen (4.2 K) spielt thermisches Rauschen praktisch keine Rolle, hingegen bei

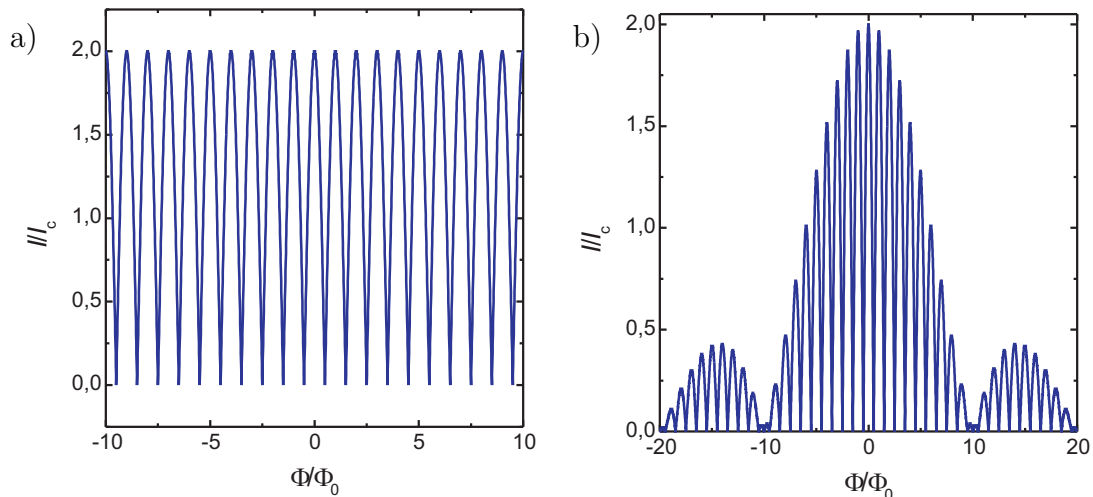


Abbildung 9: a) SQUID-Oszillationen des normalisierten Stromes als Funktion des angelegten Flusses Φ in Einheiten von Φ_0 berechnet nach Gleichung (32). b) SQUID-Oszillationen für den Fall eines SQUIDs mit gleichen kritischen Strömen und Kontaktgeometrien sowie eines kleinen SQUID-Ringes (berechnet nach Gleichung (33)). Die Oszillationen des SQUIDs sind überlagert vom Fraunhofermuster der Einzelkontakte.

einer höheren Temperatur setzt dieser Term Limitierungen an das Design eines SQUIDs. Praktisch kommen diese Limitierungen bei den Hoch- T_c SQUIDs und der dort üblichen Arbeitstemperatur von 77 K zum tragen².

5 Kuprat-Supraleiter

5.1 Allgemeines

Die Versuche zu Quanteninterferenzen und dem Josephson-Effekt werden mit Josephson-Kontakten durchgeführt, die aus dem Supraleiter $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ in Form dünner Schichten auf sogenannten Bi-Kristallsubstraten hergestellt sind. $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ hat im Idealfall eine Sprungtemperatur T_c von 93 K. Dünne Filme haben in der Regel ein T_c von 90 - 91 K.

Die Verbindung gehört zu den sogenannten Kupraten, deren supraleitenden Eigenschaften 1986 von G. Bednorz und K.A. Müller bei der IBM in Zürich entdeckt wurden. Strukturell gehört $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ zu den Perovskiten. Die zugehörige Einheitszelle ist in Abbildung 10 dargestellt.

Kennzeichnend für diese Supraleiter ist die Existenz von CuO_2 -Ebenen, in denen die Supraleitung stattfindet. Die CuO_2 -Ebenen sind durch eine BaO-Schicht von den CuO-Ketten getrennt. Diese Ketten sorgen dafür, dass die Gitterparameter in der $a - b$ Ebene nicht gleich groß sind ($a = 0.382$ nm, $b = 0.388$ nm, $c = 1.2$ nm). Weiterhin sind die

²Im Prinzip kann man die Spannungsmodulationen zur präzisen Flussmessung verwenden, allerdings ist für praktische Anwendungen eine lineare Transferfunktion geeigneter. Das kann man durch eine entsprechende Elektronik erreichen, die im sogenannten "flux-locked loop" in einem Rückkopplungsschaltkreis arbeitet.

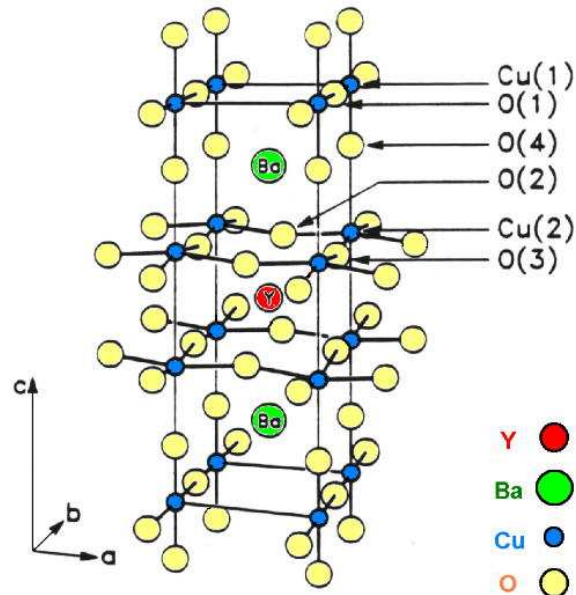


Abbildung 10: Einheitszelle von $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ für $\delta = 0$. Zu beachten sind die CuO -Ketten (Cu(1)) und die CuO_2 Ebenen.

Ketten im System $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ für die Kuprate einzigartig und sind das Ladungsträger-Reservoir dieses Supraleiters.

Ladungsträger-dotiert werden die Kuprate über den Sauerstoffgehalt, so dass ein Supraleiter wie $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ mit $\delta = 0$ optimal dotiert ist mit einem T_c von ca. 93 K. Das ist schematisch nochmals in dem Phasendiagramm in Abb. 11 wiedergegeben. Hier sind die Ladungsträger als Löcher pro CuO_2 -Ebene angegeben, was äquivalent ist zu dem Sauerstoffgehalt in der Einheitszelle (die Majoritäts-Ladungsträger der meisten Kuprate sind Löcher, es gibt ein paar wenige mit Elektronen). Gleichzeitig stellt der Scheitel der Parabel für den supraleitenden Bereich die Grenze zwischen unter- und überdotiert dar.

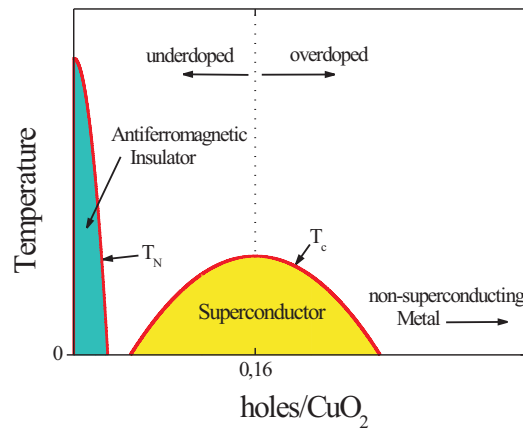


Abbildung 11: Phasendiagramm der Hoch- T_c Supraleiter

Die Ladungsträgerdichte für $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ beträgt in etwa $4 \times 10^{21}/\text{cm}^3$, was für ein Material mit metallischen Eigenschaften nicht viel ist. Bemerkenswert ist auch der streng lineare Zusammenhang des elektrischen Widerstandes als Funktion der Temperatur bis nahe an T_c . Dafür gibt es theoretische Erklärungsansätze, es wird aber noch nicht vollständig verstanden. Solch ein $R(T)$ -Verlauf für eine $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Probe ist in Abbildung 12 wiedergegeben.

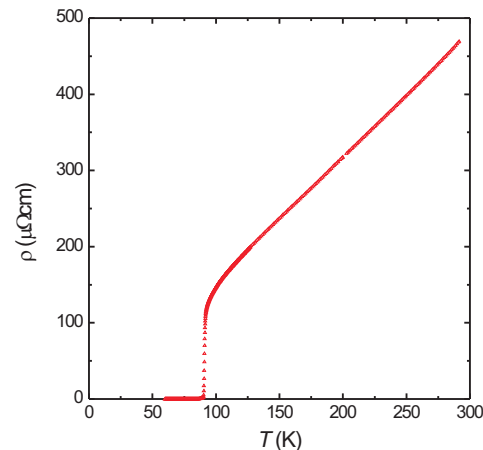


Abbildung 12: Widerstand als Funktion der Temperatur für eine $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Dünnschichtprobe. Das T_c dieser Probe ist etwa 90.4 K.

Weiterhin ist bemerkenswert, dass der supraleitende Grundzustand der Kuprate von dem konventioneller Supraleiter abweicht. Es wurde im Abschnitt über die Supraleitung angemerkt, dass der einfachste Grundzustand dem einer Kugel im dreidimensionalen \mathbf{k} -Raum entspricht, was als s-Wellen Grundzustand bezeichnet wird. Die Kuprat-Supraleiter besitzen einen $d_{x^2-y^2}$ Grundzustand, das heißt ein Grundzustand, der einen Vorzeichenwechsel besitzt (Phasensprung von π), der jeweils bei einer Phase von 90° auftritt.

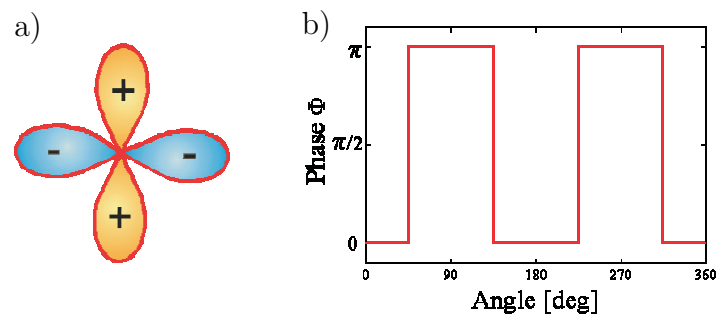


Abbildung 13: a) Kleeblattstruktur des $d_{x^2-y^2}$ Grundzustand b) Phasensprung von π beim Vorzeichenwechsel des Grundzustandes.

5.2 Herstellung von dünnen Schichten

Der Supraleiter $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ wird oft in Form von dünnen Beschichtungen verwendet, die auf ein Trägermaterial aufgebracht werden. Besonders wichtig ist für diesen Supraleiter bzw. für diese Klasse von Materialien, dass die kristalline Struktur über große Abschnitte erhalten bleibt, da sonst die supraleitenden Eigenschaften des Films beeinträchtigt sind. Darunter versteht man eine reduzierte kritische Temperatur und/oder eine reduzierte kritische Stromdichte. Generell ist ein Film als gut zu betrachten, wenn dessen kristalline Eigenschaften gut sind (scharfe Röntgenbeugungsreflexe). Oft ist auch die Qualität der Filmoberflächen ein wichtiges Kriterium zu entscheiden, was man als "gut" betrachtet.

Die "Aufprägung" der kristallinen Ordnung im supraleitenden Film wird durch einkristalline Materialien (Substrate), als Trägermaterial während des Wachstums des Filmes herbeigeführt. Über diese Substrate lassen sich auch gezielt Defekte wie z.B. Korngrenzen in dünne Filme einbauen.

Die Herstellung kristallin gewachsener Proben stellt besondere Anforderungen an die Beschichtungstechnik, wobei folgende Punkte zu beachten sind:

- Wahl des Trägermaterials (strukturell und chemisch kompatibel zum Supraleiter)
- Wahl der Depositionstechnik
- Herstellungsbedingungen (richtet sich z.T. nach der Depositionstechnik)

Die Standard-Technologien zur Herstellung dünner Filme sind Sputtern (Kathodenzerstäuben) oder thermisches Verdampfen, Molekularstrahlepitaxie (MBE) oder CVD (chemical vapour deposition). Als weitere Methode hat sich in den letzten 15 Jahren auch die Laserablation etabliert. Darunter versteht man, dass unter Verwendung eines sehr energiereichen Laserpulses Material von einem Target verdampft und auf einem Trägermaterial abgeschieden wird.

Wichtig für alle Depositionstechnologien sind die Herstellungsbedingungen. Man benötigt, um Filme mit einer wohldefinierten kristallinen Ausrichtung zu wachsen, eine erhöhte Depositionstemperatur (für $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ zwischen 650°C und 800°C) und für $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ und viele Oxide einen gewissen Sauerstoffpartialdruck. Diese Kombination von Depositionstemperatur und Sauerstoff stellt sowohl an die Trägermaterialien als auch an die Heizapparaturen große Anforderungen.

Die für das Praktikum verwendeten $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Filme werden mittels Laserablation hergestellt. In Abb. 14 ist schematisch der Herstellungsprozess skizziert. Ein Laserstrahl mit einer Wellenlänge von 248 nm (Vorsicht, tiefes UV!!) und einer Energie von 2.5 J/cm^2 wird auf ein $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Target geschossen. Dadurch wird das verdampfte Material auf das Trägermaterial gebracht. Der Sauerstoff-Partialdruck ist hierbei 0.25 mbar. Gängige Trägermaterialien sind die Verbindungen SrTiO_3 , LaAlO_3 , oder MgO , die in Form von Einkristallen auf einen Heizer aufgeklebt und auf eine Depositionstemperatur von ca. 760°C gebracht werden. Die genannten Trägerkristalle sind nur drei von mehreren Dutzend möglichen Verbindungen, die von der Kristallstruktur als auch chemisch mit Herstellungsbedingungen (richtet sich z.T. nach der Depositionstechnik) kompatibel sind. Die Wahl der Trägerkristalle hängt aber auch von der Art der Anwendungen ab, für die man den Supraleiter einsetzen möchte. In Abb. 15 ist das Innere der Ablationskammer

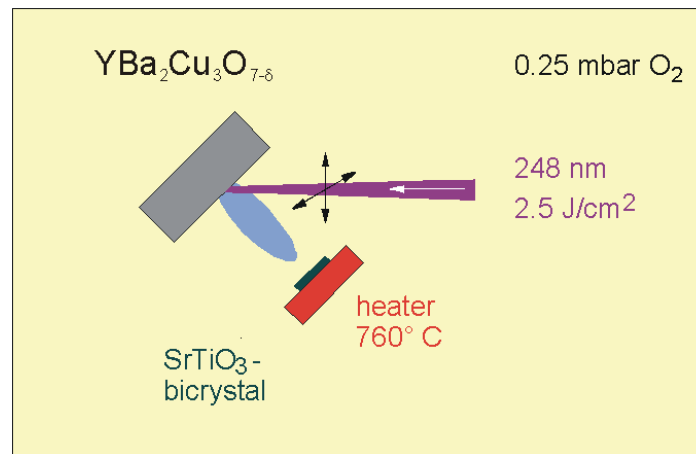


Abbildung 14: Schematische Darstellung des Ablationsprozesses

mit dem Targethalter und dem Heizer zu sehen. Auf dem zweiten Bild sieht man, wie ein Laserpuls Material aus einem Target verdampft und auf einem Trägerkristall abscheidet.

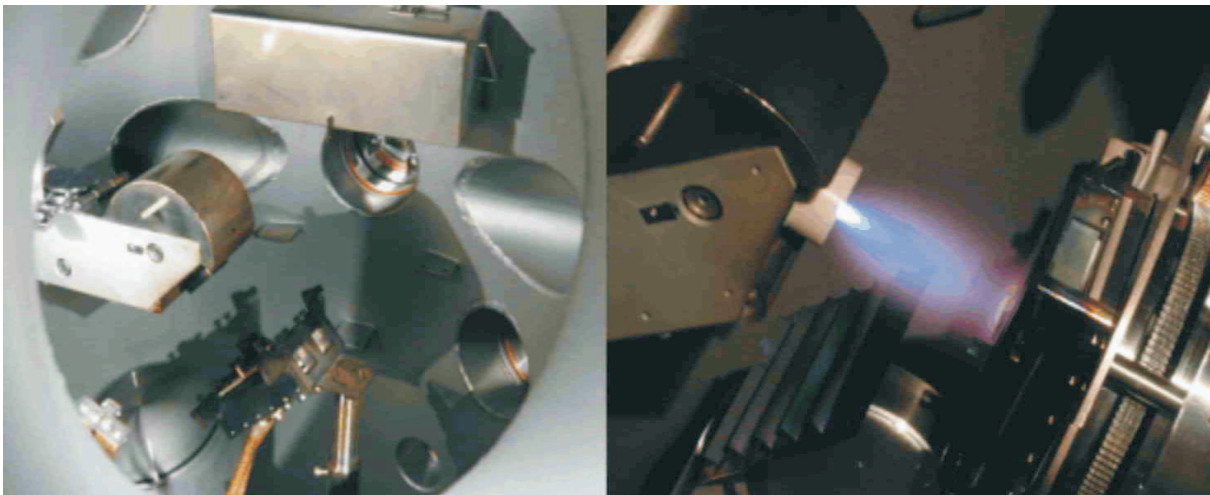


Abbildung 15: Aufnahmen aus der Ablationskammer. Im linken Bild ist unter der halbrunden Kuppel das Target zu sehen, schräg unterhalb der Heizer. Im rechten Bild sieht man, wie ein Laserpuls aus einem Target Material ablatiert. Die Form dieser Materialwolke wird als "Plume" bezeichnet.

5.3 Bikristall-Kontakte

Die Frage, die für das Praktikum interessiert: kann man aus dem Supraleiter YBa₂Cu₃O_{7-δ} einen Josephsonkontakt bzw. einen SQUID bauen? Die Antwort ist überraschend einfach, da einem die Natur bei dieser Fragestellung eine Hilfestellung gibt.

Für hoch- T_c Supraleiter stellt eine Korngrenze eine ideale Tunnelbarriere dar, u.a. bedingt durch den unkonventionellen supraleitenden Grundzustand, die anisotrope Kristallstruktur und der sehr kurzen Kohärenzlängen (typischerweise 1 nm). Unter Korngrenzen versteht man zwei aneinandergrenzende Körner, die über einen strukturell gestörten

Bereich miteinander verbunden sind. Die Orientierung der Körner gegeneinander kann beliebig sein. Für die hoch- T_c Supraleiter, in denen Korngrenzen vorkommen, wirken diese in erster Linie als Strombegrenzer, und, wenn die absolute Orientierung dieser Körner einen bestimmten Wert überschreitet, auch als Josephsonkontakte. Im ersten Fall redet man von ‘‘Kleinwinkelkorngrenze‘‘ und der Winkelbereich Θ der Missorientierung ist etwa $0 - 15^\circ$. In diesem Fall hat man nur die strombegrenzende Eigenschaft der Korngrenze aber noch keinen Josephsonkontakt. Für den Winkelbereich zwischen 16° und 45° hat man dann ein Josephson-Verhalten der supraleitenden Kontakte und die Korngrenze ist die Tunnelbarriere.

Eine mögliche Realisierung solcher Josephsonkontakte mit einer festen Missorientierung wird im Folgenden beschrieben. Dazu werden zwei Einkristalle, die eine feste Missorientierung zueinander haben, zusammengesetzt und anschließend miteinander verwachsen.

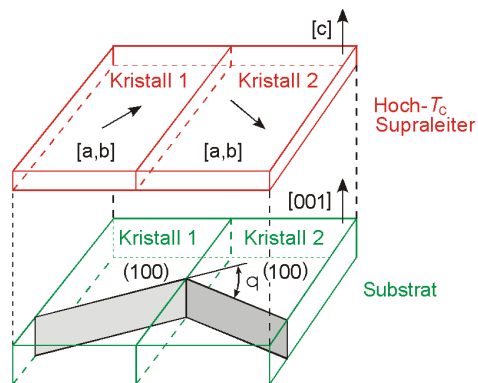


Abbildung 16: Schematische Darstellung eines Bikristalls auf dem ein dünner Film abgeschieden wird.

Das Zusammenwachsen der beiden Kristallhälften geschieht bei sehr hohen Temperaturen. Dieser Prozess wird als Sintern bezeichnet. Im Anschluss an diesen Sinterprozess wird der so gewonnene Kristall geschnitten und poliert, und lässt sich jetzt als Trägerkristall (auch Bikristall-Substrat genannt) für die Herstellung eines supraleitenden Filmes einsetzen.

In Abb. 16 ist dieses nochmals schematisch dargestellt. In grün dargestellt, die unter einem definierten Winkel zusammengewachsenen Kristallhälften. Darauf wird ein Film abgeschieden (rot), der die definierten Orientierungen der Kristallhälften übernimmt inklusive der künstlichen Korngrenze. Somit ist man in der Lage, jede beliebige Missorientierung herzustellen und davon als Dünnsfilm Korngrenzenkontakte herzustellen.

Misst man nun den kritischen Strom als Funktion der Missorientierung solcher Korngrenzenkontakte bei einer festen Temperatur, stellt man experimentell folgenden Zusammenhang fest. Der kritische Strom (Stromdichte) nimmt exponentiell ab als Funktion des Missorientierungswinkels (siehe Abb. 17). Das ist eine Abhängigkeit die man nicht von den sogenannten klassischen Supraleitern her kennt.

5.4 Probenpräparation

Die ganzflächig beschichteten Bikristall-Substrate werden nun mit photolithographischen Methoden strukturiert, um kleine Mess-Stege auf dem Substrat zu erhalten. Dazu

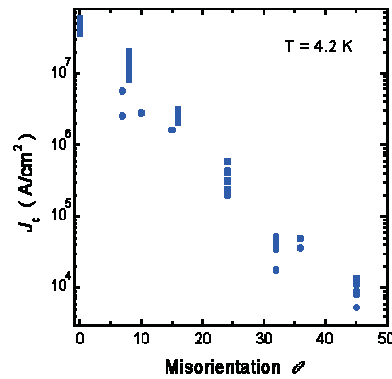


Abbildung 17: Kritische Stromdichte als Funktion des Missorientierungswinkels für hoch- T_c Korngrenzenkontakte

wird Photolack auf das beschichtete Substrat aufgeschleudert und anschließend mit den gewünschten Strukturen belichtet und entwickelt. Dieser Prozess ist analog zu dem Belichten und Entwickeln eines Bildes in der Photographie. Die so im Photolack erhaltene Struktur wird dann aus dem Film herausgeätzt. In Abbildung 18 ist das Maskenlayout dargestellt, das für die Strukturen im Praktikum verwendet wird, wobei die nichtwegzuätzenden Bereiche dunkelblau dargestellt sind. Der Korngrenzenkontakt ist ca. $6 \mu\text{m}$ breit und $20 \mu\text{m}$ lang, der SQUID hat eine Kontaktbreite von ca. $8 \mu\text{m}$ und die Größe des SQUID-Lochs ist ca. $10 \mu\text{m}$.

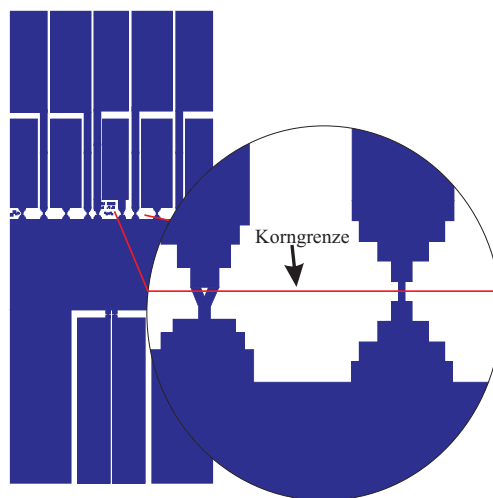


Abbildung 18: Maskenlayout für den Bikristall-Josephsonkontakt und den SQUID

6 Versuchsvorbereitung und -durchführung

Vor dem Versuch

... sollten Sie diese Anleitung gut durchgearbeitet haben. Als weitere Literatur empfiehlt sich

- “Supraleitung, Grundlagen und Anwendungen“ von W. Buckel
- “Einführung in die Festkörperphysik“ K. Kopitzki, Kapitel 6
- Weitere Literatur steht unter
www.physik.uni-augsburg.de/exp6/courses/fp21/fp21_d.shtml
 beziehungsweise am Lehrstuhl EP VI direkt zur Verfügung.

... sollten Sie sich zusätzlich informieren über folgende Punkte:

- was versteht man unter einer Vierpunktmessung an Widerständen und wie vergleicht sie sich mit einer Dreipunkts oder Zweipunktmessung
- Wo sind solche Messungen sinnvoll und notwendig?
- Was versteht man unter einer stromgesteuerten oder einer spannungsgesteuerten Messung?

... sollten Sie sich Gedanken machen mit welchen experimentellen Unwägbarkeiten/Problemen Sie rechnen müssen wenn Sie ein Fraunhofermuster eines Josephsonkontaktes oder eines SQUIDs aufnehmen wollen.

Eigentliche Versuchsdurchführung

Die Durchführung des Versuchs beinhaltet folgende Punkte:

- Messen der $R(T)$ Kurve eines Korngrenzenkontaktes
- Aufnehmen von Strom-Spannungskennlinien eines Josephsonkontaktes und eines SQUIDs bei 77 K (der Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff, optional bei 4 K)
- Messen des Fraunhofermusters für einen Josephsonkontakt bei 77 K (optional bei 4 K)
- Messen des Fraunhofermusters für einen SQUID bei 77 K (optional bei 4 K)

Vorbereitung

Die Praktikumssteilnehmer erhalten einen fertig strukturierten und auf einen Träger gebundenen Chip mit Einzelkontakten und SQUIDs. Dieser Träger wird dann unter Anleitung in einen Probenstab eingebaut und somit können die Messungen beginnen.

$R(T)$ -Messung

Für den Versuch werden eine Stromquelle und ein Voltmeter benötigt, sowie ein Spannungsvorverstärker. Die gesamte Messdatenerfassung wird mit dem Rechner erfolgen. Der Probenstab wird in eine Stickstoff- oder He-Kanne eingebaut.

Messung der Strom-Spannungskennlinien

Gemessen werden in diesem Versuch die $I - V$ -Kennlinien eines Einzelkontaktes und des SQUIDs. Für diesen Versuch benötigt man eine Stromquelle, ein Voltmeter und einen Spannungsvorverstärker. Zur Verfügung stehen ein Sägezahngenerator, der als Stromquelle dient, und ein Oszilloskop zur Darstellung der Kennlinie. Die Messdatenerfassung erfolgt mit dem Rechner.

Messung der Fraunhofermuster für den Einzelkontakt und des SQUIDs

Für diese Messung wird ein passender Arbeitspunkt auf der Strom-Spannungskennlinie gewählt und die Änderung des kritischen Stromes wird als Funktion des angelegten Magnetfeldes aufgenommen. Die Messdatenerfassung erfolgt mit dem Rechner.

Auswertung

Der Theorieteil des Protokolls (bitte handschriftlich) sollte folgende Aspekte abdecken:

- Supraleitung, was ist das und welche Kenngrößen benötigt man um dieses Phänomen zu beschreiben?
- Flussquantisierung, Herleitung und Interpretation
- Was versteht man unter einem Tunnelkontakt? Welche Arten von Tunnelkontakten lassen sich unterscheiden? Wie wirkt sich diese Unterscheidung auf die physikalischen Eigenschaften aus?
- Was versteht man unter den Josephson-Effekten?
- Für Interessierte (diese Aufgabe ist absolut freiwillig, aber zu empfehlen, da sie eine Herleitung der Josephson-Gleichung, aus einem einfachen Modell behandelt)

Leiten Sie die Josephson-Gleichungen her, indem Sie annehmen, dass das Tunnelsystem SIS ein Zwei-Niveau System darstellt. Das System wird durch folgende Schrödinger Gleichung beschrieben:

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = H |\Psi\rangle \quad (37)$$

mit der Hamiltonfunktion $H = H_R + H_L + K$, wobei K der Wechselwirkungs-Term oder Tunnelhamilton genannt wird. Das resultierende gekoppelte Gleichungssystem

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi_R\rangle}{\partial t} = E_R \Psi_R + K \Psi_L \quad (38)$$

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi_L\rangle}{\partial t} = E_L \Psi_L + K \Psi_R \quad (39)$$

mit $E = 2\mu$, μ das elektrochemische Potential des isolierten Supraleiters, gilt es geschickt zu lösen.

- Was ist die physikalische Interpretation der Josephson-Gleichungen und welche Konsequenzen ergeben sich daraus?
- Wie funktioniert ein SQUID und welche Eigenschaften hat solch ein Bauteil?
- Erklären Sie die Analogie zwischen der Magnetfeldabhängigkeit des Josephsonstromes und des Aharonov-Bohm Effektes.
- Versuchen Sie, das gemessene Fraunhofermuster des Einzelkontaktes der Formel für das Fraunhofermuster anzupassen. Diskutieren Sie die Widersprüche.
- Versuchen Sie das gemessene Beugungsmuster des SQUIDs mit den Formeln zu beschreiben.